

ISAV2023

سیزدهمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات

تهران - ایران

۲۹ و ۳۰ آذر ماه ۱۴۰۲



انجمن آکوستیک و ارتعاشات ایران

مدلسازی دینامیکی و تحلیل ارتعاشات تنسگریتی منشوری با مقطع مربعی

مرتضی جهان^ا و میلاد عظیمی^{ب*}

^اایران، تهران، شهرک غرب، خیابان مهستان، خیابان هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱، دانشجوی دکتری

^بایران، تهران، شهرک غرب، خیابان مهستان، خیابان هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱، استادیار

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: azimi.m@ari.ac.ir

چکیده

سازه‌های تنسگریتی، سازه‌هایی خرابایی با اتصال پینی هستند که از ریسمان‌های در کشش و میله‌های در فشار تشکیل شده‌اند. پایداری این سازه‌ها با حالت خودتنش بین عناصر تحت فشار ایجاد شده و به علت دارا بودن نسبت سفتی به جرم بالا به عنوان جانشین مناسبی برای سازه‌های رایج می‌باشند. سیستم‌های تنسگریتی به طور کلی دارای میرایی ساختاری پایینی هستند که منجر به چالش‌هایی در رابطه با بارگذاری دینامیکی می‌شود. بنابراین، پیش‌بینی رفتار و استخراج مشخصه‌های دینامیکی این سازه‌ها برای دستیابی به یک طراحی ایمن، مهم و حیاتی است. در این مقاله آنالیز مودال و تحلیل ارتعاشات اجباری بوم‌های تنسگریتی منشوری چند طبقه و عضوه‌های آن مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حرکت سیستم مبتنی بر دینامیک غیرخطی و با استفاده از معادلات لاگرانژ و روش المان محدود استخراج شده است. سپس سازه تنسگریتی منشوری با مقطع مربعی در دو نوع یک و دو طبقه شبیه‌سازی و با فرض فرم‌یابی اولیه، تحلیل شده است. شبیه‌سازی‌های عددی در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای شکل مودها، فرکانس‌های مربوطه و رفتار ارتعاشی گره‌ها و عضوه‌های متناظر را بررسی و نتایج ارائه شده است.

کلمات کلیدی: ارتعاشات اجباری؛ آنالیز مودال؛ سازه تنسگریتی؛ لاگرانژ.

۱- مقدمه

سازه‌های تنسگریتی به عنوان یک مفهوم معماری در دهه ۱۹۵۰ ظهور کردند و امروزه کاربردهای زیادی در علوم و مهندسی دارند. این سازه‌ها را می‌توان به عنوان سازه‌های پیش‌تنیده با اتصالات لولایی طبقه‌بندی کرد، که ماهیت آن مبتنی بر تعادل میان اعضای کششی و فشاری است. اعضای فشاری (میله) سازه تنسگریتی بوسیله اعضای کششی (ریسمان) به هم متصل شده‌اند. وجود پیش‌تنش منجر به کشش ریسمان‌ها و فشار در میله‌ها می‌شود که به سازه اجازه می‌دهد در حالت خود-تعادلی قرار گیرد. به عبارت دیگر این سازه‌ها به عنوان سیستم‌های هیبرید صلب-انعطاف‌پذیر شناخته می‌شوند [۱]. مزیت اصلی استفاده از سازه تنسگریتی

علاوه بر پایین بودن جرم آن، امکان جمع شونده‌گی به علت اتصالات لولایی است. این ویژگی سبب می‌شود که حجم سازه کوچک و به سادگی قابل حمل و نقل شود. این مزیت در کاربردهای فضایی [۲] در کنار سایر زمینه‌های مهندسی مانند مکانیک، بیومکانیک، روباتیک و عمران بسیار مطلوب است [۳، ۴]. تحلیل کامل سازه تنسگریتی به دو بخش کلی تقسیم می‌شود. بخش اول شامل فرم‌یابی است. فرم‌یابی فرآیندی است که در آن براساس یک توپولوژی مشخص، هندسه پایدار سازه ایجاد می‌شود. قسمت دوم شامل تحلیل ارتعاشات و رفتار سازه تحت بارهای خارجی است [۵]. برای تحلیل سازه‌های تنسگریتی در قالب سیستم‌هایی غیرخطی، روش‌های متنوعی ارائه شده است [۶، ۷].

مطالعه سازه‌های تنسگریتی مبتنی بر هندسه آنها خصوصا چندوجهی‌های منتظم مورد توجه محققان بسیاری قرار گرفته است [۸]. روش‌های تحلیلی، برای بررسی سازه‌های تنسگریتی با هندسه‌های پیچیده و تعداد اعضاء زیاد، موثر نمی‌باشند. این روش‌ها برای سیستم‌های نسبتا ساده و متقارن مناسب بوده، در حالیکه روش‌های عددی برای سیستم‌های بزرگ و نامتقارن نیز کاربردی هستند. اولین بار موترو نشان داد که برای تحلیل غیرخطی رفتار سازه تنسگریتی در نزدیکی نقطه تعادل، مدل دینامیکی خطی شده دارای دقت مناسبی است [۱]. آنالیز مودال روش مفیدی برای درک مناسب ویژگی‌های ارتعاشی این سیستم‌ها است. بل حاج علی^۲ و همکاران مودهای سازه‌های تنسگریتی را تحلیل کرده و فرکانس‌های طبیعی سیستم را با اصلاح مرتبه خود-تنشی سیستم از فرکانس‌های تحریک افزایش دادند [۹]. ارتباط میان مودهای پایین و مرتبه پیش‌تندگی سازه تنسگریتی توسط اشویر^۳ و همکاران مورد بررسی قرار گرفت [۱۰]. به منظور استخراج پاسخ‌های دقیق دینامیکی این سیستم‌ها نیاز است که تمام مودهای فرکانس بالای سیستم نیز در تحلیل‌ها در نظر گرفته شوند. از آنجاکه روش‌های رایج مانند روش المان محدود مبتنی بر توابع شکل چند جمله‌ای مستقل از فرکانس می‌باشند، نمی‌توانند تمام مودهای فرکانس بالای سیستم را رصد کنند [۱۱، ۱۲].

در این مقاله به آنالیز مودال و تحلیل ارتعاشات اجباری یک سازه تنسگریتی منشوری، در قالب سازه‌های یک و دو طبقه با ارتفاع و مقطع یکسان پرداخته شده است. از جمله نکات بدیع تحقیق حاضر، استخراج روابط دینامیک غیرخطی به صورت یکپارچه و مطالعه مقایسه‌ای جهت انتخاب و تعیین ساختارهای بازشونده فضایی می‌باشد.

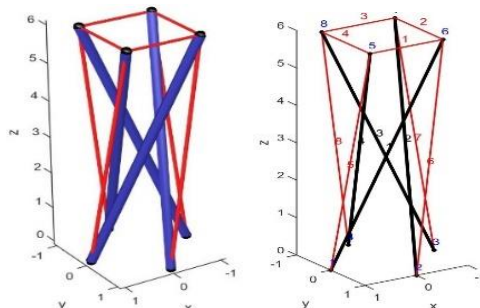
۲- مدلسازی دینامیک و استخراج روابط ریاضی

مشخصات گره‌ها در دستگاه مختصات اینرسی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{n} = [\mathbf{n}_1^T \quad \mathbf{n}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{n}_n^T]^T, \quad \mathbf{n}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T, \quad \mathbf{n}_i \in \mathbf{R}^3, \quad i = 1, 2, \dots, n_n. \quad (1)$$

تعداد گره‌ها n_n و مختصات مربوط به i امین گره در راستاهای مختلف، بصورت x_i ، y_i و z_i تعریف می‌شود. از اینرو بردار مختصات گره‌ها بصورت زیر ارائه می‌شود:

$$\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1 \quad \mathbf{n}_2 \quad \dots \quad \mathbf{n}_{n_n}], \quad \mathbf{N} \in \mathbf{R}^{3 \times n_n}. \quad (2)$$



شکل ۱. مدل تنسگریتی منشوری یک طبقه با مقطع مربعی

¹ Motro

² Bel Hadj Ali

³ Ashwear

ماتریس اتصال، توپولوژی سازه و نحوه ارتباط گره‌های مختلف توسط اعضای سازه را نشان می‌دهد. ماتریس اتصال شامل ماتریس اتصال اعضای میله $\mathbf{C}_i \in \mathbf{R}^{3 \times n_n}$ و ماتریس اتصال ریسمان $\mathbf{C}_s \in \mathbf{R}^{3 \times n_n}$ می‌باشد:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_b \ \mathbf{C}_s]^T = [\mathbf{C}_1^T \ \mathbf{C}_2^T \ \dots \ \mathbf{C}_{n_e}^T]^T, \mathbf{C} \in \mathbf{R}^{n_e \times n_n}. \quad (3)$$

که در آن \mathbf{n}_n بیانگر تعداد گره‌های سازه و $\mathbf{n}_e = \alpha + \beta$ بیانگر تعداد عضوهای سازه، α, β به ترتیب بیانگر تعداد میله‌ها و ریسمان‌های سازه تنسگریتی می‌باشند. هر عضو از گره $j = 1, 2, \dots, \mathbf{n}_n$ شروع و تا گره $k = 1, 2, \dots, \mathbf{n}_n$ امتداد می‌یابد. بردار مختصات گره‌ها برای λ امین عضو بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{n}_i^e = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_j \\ \mathbf{n}_k \end{bmatrix} = [x_j \ y_j \ z_j \ x_k \ y_k \ z_k]^T \rightarrow \mathbf{n}_i^e = \bar{\mathbf{C}}_i \otimes \mathbf{I}_3 \mathbf{n} \quad (4)$$

در تعریف عضوهای سازه، \mathbf{h}_i بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{n}_k - \mathbf{n}_j = \mathbf{C}_i \otimes \mathbf{I}_3 \mathbf{n}. \quad (5)$$

بردار اعضای کل المان بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{H} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{n_e}] = \mathbf{N} \mathbf{C}^T. \quad (6)$$

طول λ امین عضو سازه (l_i) بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$l_i = \|\mathbf{h}_i\| = \left(\mathbf{n}^T (\mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i) \otimes \mathbf{I}_3 \mathbf{n} \right)^{0.5}. \quad (7)$$

بردار طول اولیه سازه که فاقد نیروی داخلی (کششی یا فشاری) و قبل از اعمال هر نوع بار خارجی و پیش‌تنش در سازه می‌باشد l_0 و همچنین بردار طول کلی عضوهای سازه l بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{l} = [l_1 \ l_2 \ \dots \ l_{n_e}]^T, \mathbf{l}_0 = [l_{01} \ l_{02} \ \dots \ l_{0n_e}]^T \rightarrow \mathbf{l}, \mathbf{l}_0 \in \mathbf{R}^{n_e}. \quad (8)$$

بردار سطح مقطع عرضی \mathbf{A} ، بردار مدول یانگ \mathbf{E} و بردار جرم \mathbf{m} عضوهای سازه بترتیب بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \ \mathbf{A}_2 \ \dots \ \mathbf{A}_{n_e}]^T, \mathbf{E} = [\mathbf{E}_1 \ \mathbf{E}_2 \ \dots \ \mathbf{E}_{n_e}]^T, \mathbf{m} = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_{n_e}]^T = \rho \hat{\mathbf{A}} \mathbf{l}_0, \quad (9)$$

که در آن ρ چگالی عضوهای سازه می‌باشد. بردار نیروی داخلی عضوهای سازه نیز بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{t} = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_{n_e}]^T = \hat{\mathbf{E}} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{l}}_0^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{l}_0). \quad (10)$$

بردار چگالی نیرو \mathbf{x} برای کل اعضای سازه بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{l}}^{-1} \mathbf{t} = \hat{\mathbf{E}} \hat{\mathbf{A}} (\hat{\mathbf{l}}_0^{-1} - \mathbf{l}^{-1}) = [\lambda^T \ \gamma^T]^T, \quad x_i = t_i / l_i, \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

که در آن چگالی نیرو در اعضای میله‌ای و ریسمان‌ها به ترتیب بصورت λ و γ نمایش داده شده است. از آنجاکه اعضای سازه تحت بارگذاری محوری قرار می‌گیرند، لذا جابجایی سازه در راستای میله‌ها و ریسمان‌های سازه می‌باشد. برای تعریف جابجایی نقطه فرضی p_i روی λ امین عضو سازه تنسگریتی، ضریب μ در نظر گرفته شده و روابط بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$p_i = [1 \ \mu] \otimes \mathbf{I}_3 \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} \& \alpha_0, \alpha_1 \in \mathbf{R}^3. \quad (12)$$

که در آن α_0 و α_1 مقادیر مجهول می‌باشند. با جایگذاری مقادیر پارامتر μ برای گره‌های ابتدایی \mathbf{n}_j و انتهای \mathbf{n}_k هر عضو دلخواه، مقادیر α_0 و α_1 استخراج می‌شود:

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_3 \begin{bmatrix} \mathbf{n}_j \\ \mathbf{n}_k \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

با جایگذاری معادله (۱۳) در (۱۲)، جابجایی نقطه فرضی p_i بصورت زیر استخراج می‌شود:

$$p_i = [1 - \mu \quad \mu] \otimes \mathbf{I}_3 \begin{bmatrix} \mathbf{n}_j \\ \mathbf{n}_k \end{bmatrix} = \mathbf{N}^e \mathbf{n}_i^e. \quad (14)$$

که در آن \mathbf{N}^e تابع شکل اعضای سازه می‌باشد:

$$\mathbf{N}^e = [1 - \mu \quad \mu] \otimes \mathbf{I}_3, \quad \mathbf{N}^e \in \mathbf{R}^{3 \times 6}. \quad (15)$$

انرژی جنبشی کل که ترکیبی از انرژی کلیه ذرات در تمام اعضای سازه می‌باشد بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = \sum_{i=1}^{n_e} 0.5 \int_0^1 m_i \|\dot{p}_i\|^2 d\mu. \quad (16)$$

که در آن \dot{p}_i سرعت ذرات روی هر عضو دلخواه می‌باشد. با جایگذاری روابط (۴) و (۱۴) در معادله (۱۶) خواهیم داشت:

$$T = \sum_{i=1}^{n_e} 0.5 \int_0^1 m_i (\mathbf{N}^e \bar{\mathbf{C}}_i \otimes \mathbf{I}_3 \dot{\mathbf{n}})^2 d\mu = \frac{1}{12} \mathbf{n}^T \left(|\mathbf{C}|^T \hat{m} |\mathbf{C}| + \left[|\mathbf{C}|^T \hat{m} |\mathbf{C}| \right] \right) \otimes \mathbf{I}_3 \dot{\mathbf{n}} = 0.5 \mathbf{n}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{n}}. \quad (17)$$

که در آن $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{3n_e \times 3n_e}$ ماتریس جرم سازه می‌باشد. انرژی پتانسیل کل، مجموع انرژی پتانسیل کرنشی و انرژی پتانسیل گرانشی سیستم $V = V_e + V_g$ می‌باشد که در آن انرژی پتانسیل کرنشی V_e بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_e = \sum_i^{n_e} V_{ei} = \sum_i^{n_e} \int_{l_{0i}}^{l_i} t_i du = \sum_i^{n_e} \int_{l_{0i}}^{l_i} \frac{E_i A_i (u - l_{0i})}{l_{0i}} du, \quad i = 1, 2. \quad (18)$$

با توجه به نیروی جاذبه زمین و تاثیر آن بر روی اعضای سازه در راستای بردار Z انرژی پتانسیل گرانشی سازه نیز بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_g = \sum_i^{n_e} \frac{m_i g}{2} (z_j^i + z_k^i) = \frac{g}{2} \mathbf{m}^T |\mathbf{C}| \otimes [0 \quad 0 \quad 1] \mathbf{n} \quad (19)$$

در رابطه فوق $g \in \mathbf{R}^{3n_e}$ بردار نیروی جاذبه و شتاب گرانشی زمین می‌باشد. معادله لاگرانژ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{f}_{np} \rightarrow L = T - V = T - (V_e - V_g) \quad (20)$$

که در آن L تابع لاگرانژ، \mathbf{f}_{np} بردار نیروهای غیرپایستار و \mathbf{q} مختصات تعمیم‌یافته می‌باشند. با جایگذاری روابط (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) در معادله (۲۰)، معادله غیرخطی دینامیک سازه تنسگریتی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{n}} + \mathbf{K} \mathbf{n} = \mathbf{f}_{np} - \mathbf{g}. \quad (21)$$

۳- شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

در ابتدا سازه تنسگریتی منشوری یک طبقه با مقطع مربعی مطابق شکل (۱) مدل شده است. سازه تنسگریتی یک طبقه از ۸ گره و ۱۲ عضو شامل ۴ میله و ۸ ریسمان تشکیل شده است که مقطع فوقانی جهت فرم‌شدن با زاویه ۴۵ درجه نسبت به سطح مبنا چرخیده است. مشخصات گره‌های سازه و مشخصات هندسی اعضاء در جداول (۱) و (۲) ارائه شده است.

جدول ۱. مشخصات گره‌های سازه ۱ طبقه

گره‌ها	گره ۱	گره ۲	گره ۳	گره ۴	گره ۵	گره ۶	گره ۷	گره ۸
راستای X	۱	۰	-۱	۰	۰/۷	-۰/۷	-۰/۷	۰/۷
راستای Y	۰	۱	۰	-۱	۰/۷	۰/۷	-۰/۷	-۰/۷
راستای Z	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

جدول ۲. مشخصات مواد اعضای سازه‌های تنسگریتی منشوری

عضو	جنس	چگالی (kg/m3)	مدول یانگ (Gpa)	تنش تسلیم (Mpa)	حاشیه اطمینان تنش تسلیم
میله	Steel_Q345	۷۹۳۰	۲۰۶	۳۰۰	۰/۱
ریسمان	Steel String	۷۸۷۰	۷۶	۱۲۲۳	۰/۱

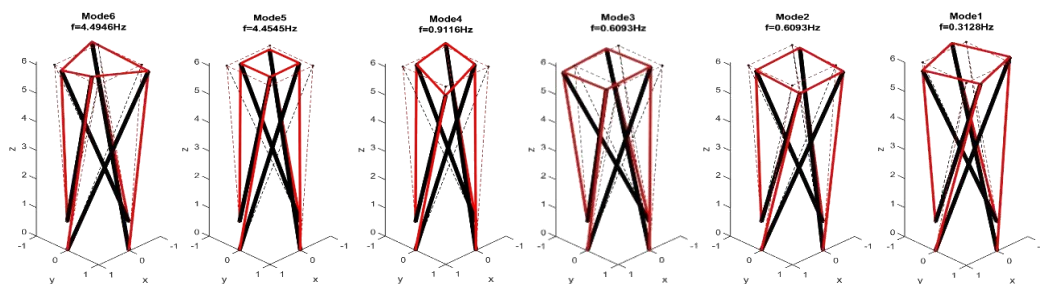
به منظور بررسی نقش افزایش طبقات در تحلیل ارتعاشی و آنالیز مودال، سازه تنسگریتی منشوری در دو حالت یک و دو طبقه با ارتفاع کل برابر و مقطع مربعی ثابت مدل‌سازی شده است. مشخصات المان‌های سازه‌ای برای هر دو حالت در جدول (۳) ارائه می‌شود. نتایج آنالیز مودال، شکل مودهای ارتعاشی و فرکانس‌های مرتبط در سازه‌های یک و دو طبقه در جدول (۴) و شکل‌های (۲) و (۳) نمایش داده شده است.

جدول ۳. مشخصات اعضای سازه‌های تنسگریتی منشوری

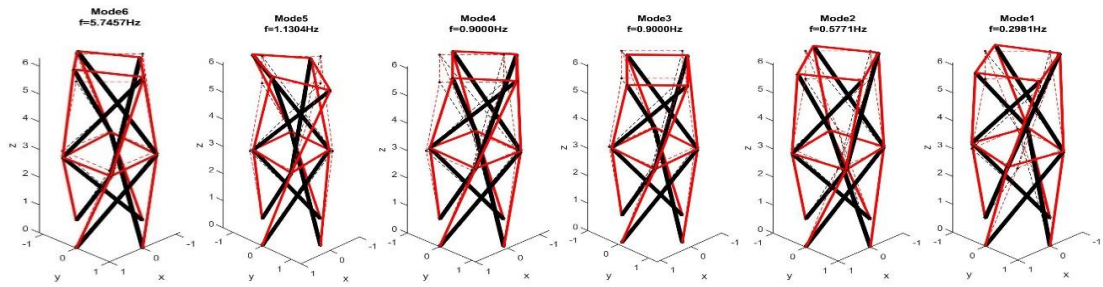
نوع سازه	تعداد گره	تعداد عضو	تعداد میله	تعداد ریسمان	زاویه پیچش هر طبقه
سازه ۱ طبقه	۱	۱۲	۴	۱	۴۵ درجه
سازه ۲ طبقه	۱۲	۲۴	۱	۱۶	۴۵ درجه

جدول ۴. فرکانس سازه‌های یک و دو طبقه

شماره شکل مود	فرکانس سازه ۱ طبقه (HZ)	فرکانس سازه ۲ طبقه (HZ)
۱	۰/۳۱۲۸	۰/۲۹۸۱
۲	۰/۶۰۹۳	۰/۵۷۷۱
۳	۰/۶۰۹۳	۰/۹
۴	۰/۹۱۱۶	۰/۹
۵	۴/۴۵۴۵	۱/۱۳۰۴
۶	۴/۴۹۴۶	۵/۷۴۵۷



شکل ۲. شکل مودهای سازه یک طبقه

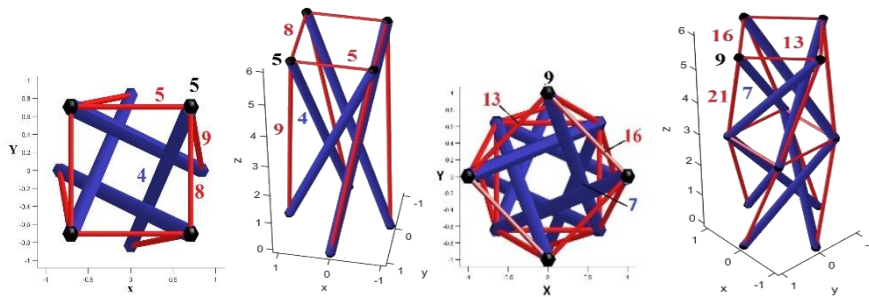


شکل ۳. شکل مودهای سازه دوطبقة

همانطور که در شکل‌های (۲) و (۳) مشاهده می‌شود خطوط سیاه و قرمز رنگ بترتیب شکل مود میله‌ها و ریسمان‌های سازه و خط‌چین‌های سیاه و قرمز بترتیب شکل اولیه میله‌ها و ریسمان‌های سازه می‌باشد. بمنظور بررسی و تحلیل ارتعاشی سازه تنسگریتی منشوری، بارگذاری ارتعاشی روی تمامی نودهای آزاد سازه‌های یک و دو طبقه مطابق جدول (۵) اعمال و نتایج در ادامه ارائه می‌شود.

جدول ۵. مشخصات بارگذاری اعضای سازه‌های تنسگریتی منشوری

نوع سازه	نوع بار	زمان بارگذاری - زمان حل (s)	راستای اعمال بار	گره‌های بارگذاری شده
سازه ۱ طبقه	impulse	۱۰-۳۰	راستای X	۵ تا ۸
سازه ۲ طبقه	impulse	۱۰-۳۰	راستای X	۹ تا ۱۲



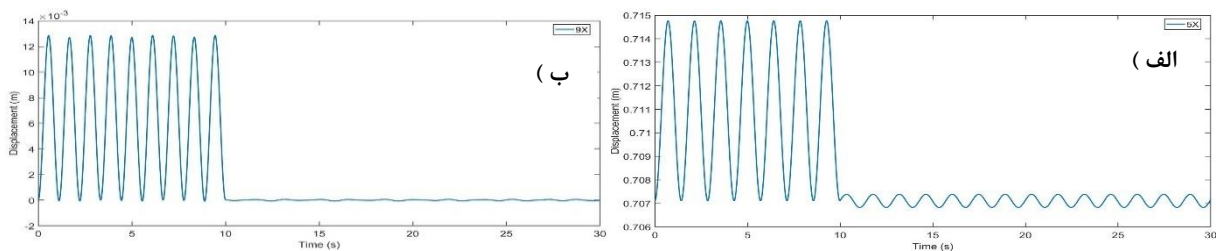
شکل ۴. گره‌ها و اعضای متناظر سازه یک و دوطبقة

با توجه به شکل (۴) گره‌ها و عضوهای متناظر سازه یک و دو طبقه مطابق جدول زیر تعریف و نتایج باهم مقایسه خواهند شد:

جدول ۶. مشخصات اعضای سازه‌های تنسگریتی منشوری

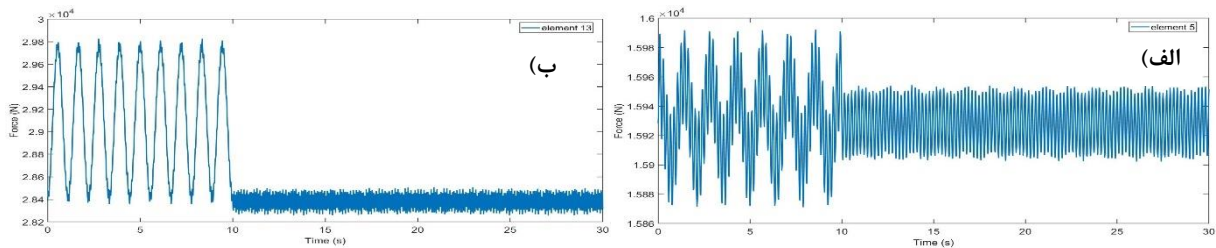
نوع سازه	گره متناظر	عضوهای متناظر
سازه ۱ طبقه	۵	۴، ۵، ۸، ۹
سازه ۲ طبقه	۹	۷، ۱۳، ۱۶، ۲۱

در شکل‌های (۵) جابجایی گره‌های متناظر، گره شماره ۵ از سازه یک طبقه و گره شماره ۹ از سازه دوطبقة در راستای اعمال بارگذاری، ارائه شده است.

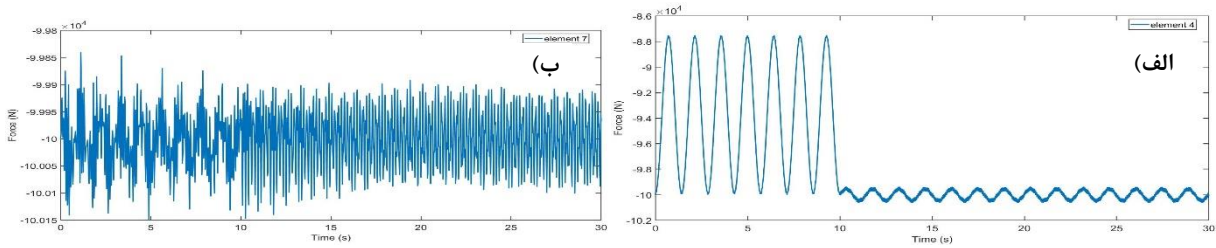


شکل ۵. جابجایی در راستای X - الف) گره ۵ سازه یک طبقه - ب) گره ۹ سازه دو طبقه

همانطور که می‌توان مشاهده کرد، با افزایش طبقه و افزایش تعداد عضوها و گره‌های سازه تنسگریتی، علیرغم افزایش وزن سازه، توزیع نیرو میان عضوها بیشتر و همچنین تغییرات جابجایی گره‌های متناظر افزایش می‌یابد. از اینرو گره‌های متناظر ارتعاشات بیشتری را تجربه می‌کنند. این موضوع در راستای اعمال بار و راستاهای عمود بر آن قابل مشاهده می‌باشد. در راستای اعمال نیرو (شکل ۵-ب) با حذف اثرات نیرو از ثانیه ۱۰، جابجایی گره ۹ صفر می‌شود. در شکل‌های (۷) و (۸) نیروی داخلی اعضاء، شامل ریسمان‌های متناظر در راستای طولی و عرضی و میله‌های متناظر در راستای ارتفاعی سازه یک و دو طبقه مورد بررسی قرار گرفت. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش طبقه و افزایش زاویه پیچش سازه، متوسط نیروی کششی ریسمان‌های متناظر افزایش می‌یابد. همچنین نوسانات نیروی کشش داخلی ریسمان‌ها بعد از حذف بارگذاری خارجی بطور محسوسی کاهش می‌یابد.

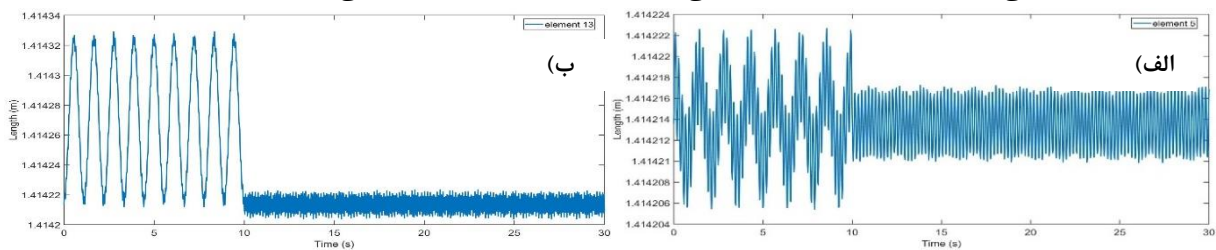


شکل ۶. نیروی داخلی ریسمان‌های متناظر - الف) ریسمان ۵ سازه یک طبقه - ب) ریسمان ۱۳ سازه دو طبقه

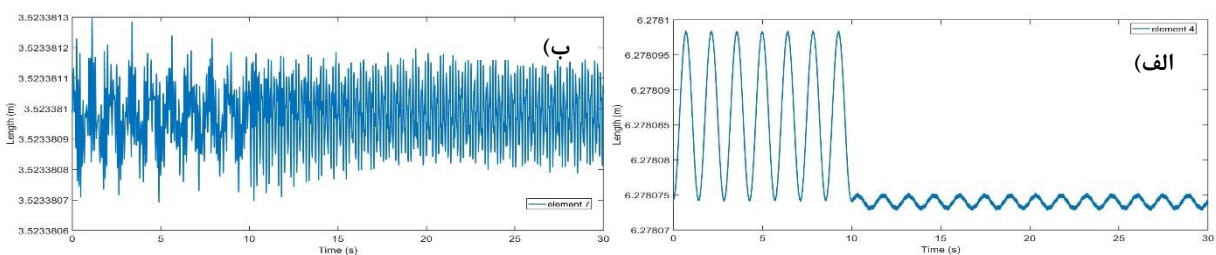


شکل ۷. نیروی داخلی میله‌های متناظر - الف) میله ۴ سازه یک طبقه - ب) میله ۷ سازه دو طبقه

همانطور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود محدوده نیروی داخلی میله‌های متناظر در سازه یک و دو طبقه علیرغم اختلاف طول المانها در یک محدوده می‌باشد. در سازه دو طبقه فرکانس نوسانات بیشتر بوده و با حذف نیروی خارجی، متوسط نیروی داخلی میله تغییر محسوسی نمی‌کند ولی در سازه یک طبقه با حذف نیروی خارجی سطح نیروی داخلی میله کاهش پیدا کرده و عضو متاثر از ارتعاشات وارد شده نوسان می‌کند. در شکل‌های (۸) و (۹) به ترتیب طول ریسمان‌های متناظر سطح فوقانی سازه و طول میله‌های متناظر در راستای ارتفاعی سازه یک و دو طبقه مورد بررسی قرار گرفته و نمودارهای آن ارائه می‌شوند.



شکل ۸. طول اعضاء - الف) ریسمان ۵ سازه یک طبقه - ب) ریسمان ۱۳ سازه دو طبقه



شکل ۹. طول اعضاء - الف) میله ۴ سازه یک طبقه - ب) میله ۷ سازه دو طبقه

همانطور که مشاهده می‌شود تغییرات طول ریسمان‌ها و میله‌ها، کاملاً منطبق بر تغییرات نیروی داخلی بوده و دامنه تغییرات آن بعد از حذف بارگذاری خارجی کاهش می‌یابد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله معادلات حرکت با دینامیک غیرخطی سازه تنسگریتی با استفاده از روابط لاگرانژ استخراج شده است. آنالیز مودال و تحلیل ارتعاشات سازه‌های تنسگریتی منشوری با مقطع مربعی مورد بررسی قرار گرفته و تاثیر افزایش طبقه در اعضاء و گره‌های متناظر سازه ارائه گردید. این روش تحلیل المان محدود سازه‌های تنسگریتی، بر اساس روش‌های مبتنی بر انرژی ارائه شده است که قابلیت مطالعه جامع رفتار سازه‌های تنسگریتی منشوری در برابر نیروهای خارجی دلخواه را می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود جابجایی گره‌ها و عضوهای سازه متاثر از نوع بارگذاری منجر به ارتعاش سازه تنسگریتی شده و دامنه ارتعاشات با قطع نیروهای خارجی بطور محسوسی کاهش یافته است. نمودارها تطابق خوبی میان تغییرات جابجایی گره‌های سازه با نوع بارگذاری داشته و تغییرات طول اعضاء منطبق بر نیروهای داخلی آن می‌باشد.

مراجع

۱. Motro, R., *Tensegrity: structural systems for the future*. 2003: Elsevier.
۲. Furuya, H., "Concept of deployable tensegrity structures in space application", *International Journal of Space Structures* 7 (2), 143-151 (1992).
۳. Wen, L., F. Pan, and X. Ding, "Tensegrity metamaterials for soft robotics", *Sci. Robot.* 5 (45), eabd9158 (2020).
۴. Kahla, N.B., et al., "Nonlinear Dynamic Response and Stability Analysis of a Tensegrity Bridge to Selected Cable Rupture", *Latin American Journal of Solids and Structures* 17 (2) (2020).
۵. Tibert, A. and S. Pellegrino, "Review of form-finding methods for tensegrity structures", *International Journal of Space Structures* 18 (4), 209-223 (2003).
۶. Oppenheim, I. and W. Williams, "Geometric effects in an elastic tensegrity structure", *Journal of elasticity and the physical science of solids* 59 (1), 51-65 (2000).
۷. Williamson, D., R.E. Skelton, and J. Han, "Equilibrium conditions of a tensegrity structure", *International Journal of Solids and Structures* 40 (23), 6347-6367 (2003).
۸. Pugh, A., *An introduction to tensegrity*. 2020: University of California Press.
۹. Ali, N.B.H. and I. Smith, "Dynamic behavior and vibration control of a tensegrity structure", *International Journal of Solids and Structures* 47 (9), 1285-1296 (2010).
۱۰. Ashwear, N. and A. Eriksson, "Natural frequencies describe the pre-stress in tensegrity structures", *Computers & Structures* 138, 162-171 (2014).
۱۱. Yang, S. and C. Sultan. *Free vibration and modal analysis of a tensegrity-membrane system*. in *ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. 2016. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection.
۱۲. Kan, Z., et al., "Nonlinear dynamic and deployment analysis of clustered tensegrity structures using a positional formulation FEM", *Composite Structures* 187, 241-258 (2018).