

## بررسی اثر ضرایب سفتی یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر

سپهر گودرزی<sup>۱</sup>، عباس رهی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> ایران، تهران، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشجوی کارشناسی ارشد

<sup>۲</sup> ایران، تهران، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، استادیار

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [a\\_rahi@sbu.ac.ir](mailto:a_rahi@sbu.ac.ir)

### چکیده

توربوشارژر سامانه‌ای کمکی است که با تزریق هوای بیشتر به محفظه احتراق، توان خروجی و راندمان موتورهای درون‌سوز را افزایش می‌دهد. مطالعه رفتار دینامیکی و شناخت سرعت‌های بحرانی آن‌ها به دلیل استفاده گسترده در موتور خودرو، لوکوموتیو و صنایع هوافضا از اهمیت بالایی برخوردار است. سرعت بحرانی، سرعتی است که در آن فرکانس طبیعی با سرعت کاری سیستم برابر شود و در آن سرعت پدیده تشدید رخ خواهد داد. از این رو دور نگه‌داشتن سیستم از رسیدن به سرعت‌های بحرانی امر مهمی به شمار می‌آید. یکی از راه‌های تغییر در سرعت‌های بحرانی سیستم تغییر ضرایب سفتی یاتاقان‌هاست. با توجه به مطالعات و آزمایش‌های انجام گرفته ضرایب سفتی یاتاقان‌ها بر اساس نوع یاتاقان در محدوده خاصی قرار دارند. در این پژوهش حل تحلیلی و المان محدود یک توربوشارژر مورد مطالعه قرار می‌گیرد سپس با جایگذاری پارامترهای سیستم فرکانس‌های طبیعی بدست آمده و مقایسه می‌شوند. همچنین نمودار کمپبل و سرعت‌های بحرانی محاسبه می‌شوند. در نهایت اثر ضرایب سفتی یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش ضرایب سفتی یاتاقان‌ها سرعت‌های بحرانی نیز افزایش می‌یابند و می‌توان با افزایش ضرایب سفتی یاتاقان‌ها از رسیدن به سرعت‌های بحرانی در فرکانس‌های پایین جلوگیری کرد.

**کلمات کلیدی:** توربوشارژر؛ ضرایب سفتی یاتاقان؛ سرعت‌های بحرانی؛ نمودار کمپبل.

### ۱- مقدمه

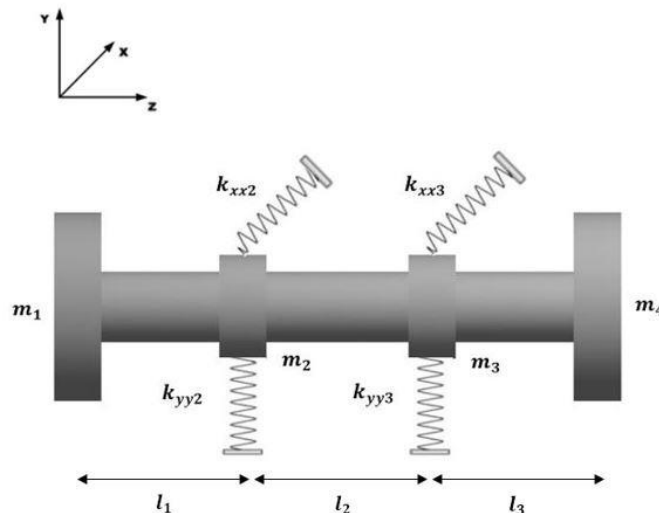
توربوشارژر سامانه‌ای است که با تزریق هوای بیشتر به محفظه احتراق، توان خروجی و راندمان موتورهای درون‌سوز را افزایش می‌دهد. موتور توربو یا مجهز به سامانه توربوشارژر قدرت بیشتری از نمونه بدون این سامانه تولید نموده و در نتیجه مصرف سوخت کمتری نسبت به توان و اسب بخار تولید شده خواهد داشت. در سال‌های اخیر توربوشارژرها توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند و به طور گسترده در موتور خودرو، لوکوموتیو و صنایع هوافضا استفاده می‌شوند. توربوشارژرهای مورد استفاده در صنعت خودروسازی و هوافضا بسیار سبک وزن هستند و در سرعت‌های بالاتر از ۱۰۰۰۰ دور در دقیقه کار می‌کنند در حالیکه توربوشارژهای لوکوموتیو سنگین‌تر

هستند و قدرت بیشتری دارند و سرعت کاری آن‌ها ۳۰۰۰۰ دور در دقیقه است. لی [۱] در سال ۲۰۰۳ معادلات دینامیکی حاکم بر یک توربوشارژر را استخراج نمود و ارتباط بین فرکانس‌های طبیعی و سفتی یاتاقان‌ها را بررسی کرد. یینگ و همکاران [۲] تحلیل روتور دینامیک یک توربوشارژر را با در نظر گرفتن تحریک پایه موتور و نیروی غیرخطی فیلم روغن انجام دادند و نتیجه گرفتند که تحریک پایه بر رفتار دینامیکی سیستم از طریق نیروی غیرخطی فیلم روغن اثر گذار است و تحریک پایه سرعت دورانی را که در آن حرکت گردابی روغن اتفاق می‌افتد کاهش می‌دهد. لیو [۳] تحلیل روتور دینامیک یک نوع توربوشارژر را با استفاده از روش اجزاء محدود انجام داد. او با استفاده از یک نرم‌افزار اجزاء محدود استحکام، فرکانس‌های طبیعی و سرعت‌های بحرانی توربوشارژر را بدست آورد. لو [۴] اثر جاذبه و نیروی نابالانسی را بر تغییر شکل شفت روتور در سرعت‌های دورانی بالا بررسی کرد و نتیجه گرفت که با افزایش دقت ماشینکاری می‌توان ارتعاشات محوری را کاهش و عمر توربوشارژر را افزایش داد. تیان و همکاران [۵] تحلیل روتور دینامیک یک توربوشارژر را با یاتاقان‌های حلقوی شناور در حالی انجام دادند که توربوشارژر تحت ارتعاشات ناشی از موتور قرار داشت. نامبردگان به روش اجزاء محدود تحلیل را انجام دادند و نتیجه گرفتند که ارتعاشات ناشی از موتور، تاثیر قابل توجهی بر پاسخ توربوشارژر در سرعت‌های دورانی پایین دارد. ژو اوینگ و همکاران [۶] اثر وزن را بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر با یاتاقان‌های حلقوی شناور بررسی کردند. آن‌ها توربوشارژر را به صورت شیبدار مدل‌سازی کردند و نتیجه گرفتند افزایش زاویه شیب باعث کاهش سرعت‌های بحرانی شده و توربوشارژر در حالت عمودی، محدوده سرعت کاری بیشتری نسبت به حالت افقی دارد. ون و همکاران [۷] از یک مدل اجزاء محدود سه بعدی برای مطالعه اثر پیش تنش بر سرعت بحرانی استفاده کردند. همچنین بر روی پروانه و توربین، جرم نابالانسی در نظر گرفتند و دریافتند که نابالانسی بر پایداری روتور تاثیر زیادی دارد.

در این مقاله پس از مدل‌سازی یک توربوشارژر و استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر آن، فرکانس‌های طبیعی سیستم به روش تحلیلی و المان محدود محاسبه شده و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. شکل مودهای ارتعاشی، نمودار کمپیل و سرعت‌های بحرانی بدست می‌آیند. از نوآوری‌های این مقاله می‌توان به بررسی اثر ضرایب سفتی یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر اشاره کرد.

## ۲- مدل‌سازی و استخراج معادلات حاکم

در این بخش معادلات حاکم بر سیستم با توجه به شرایط مرزی استخراج می‌شود. در شکل (۱) شماتیک مدل‌سازی توربوشارژر نشان داده شده است که در آن  $m_1$  و  $m_4$  جرم دیسک‌ها،  $m_2$  و  $m_3$  جرم یاتاقان‌ها،  $k_{xxi}$  و  $k_{yyi}$  ضرایب سفتی یاتاقان‌ها در جهت‌های  $x$  و  $y$  و  $l_i$  فاصله جرم‌ها از یکدیگر هستند.



شکل ۱. مدل‌سازی توربوشارژر.

برای استخراج معادلات حاکم بر سیستم از روش ارایه شده در مرجع [۶] استفاده می‌شود. شفت ارتجاعی می‌باشد و سیستم به صورت ۱۶ درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود. درجات آزادی سیستم به صورت زیر خواهند بود:

$$q = \{X_1, Y_1, \varphi_{x1}, \varphi_{y1}, X_2, Y_2, \varphi_{x2}, \varphi_{y2}, X_3, Y_3, \varphi_{x3}, \varphi_{y3}, X_4, Y_4, \varphi_{x4}, \varphi_{y4}\}^{-1}$$

$X_i$  جابجایی جرم‌ها در طول محور  $X$ ،  $Y_i$  جابجایی جرم‌ها در طول محور  $Y$ ،  $\varphi_{xi}$  جابجایی زاویه‌ای جرم‌ها حول محور  $X$ ،  $\varphi_{yi}$  جابجایی جرم‌ها حول محور  $Y$ ،  $J_{pi}$  ممان اینرسی عرضی و  $J_{ai}$  ممان اینرسی قطبی،  $I_i$  ممان اینرسی هر قسمت از شفت و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای شفت خواهد بود.

$$m_1 \ddot{X}_1 + \frac{12EI_1}{l_1^3} X_1 + \frac{6EI_1}{l_1^2} \varphi_{y1} - \frac{12EI_1}{l_1^3} X_2 + \frac{6EI_1}{l_1^2} \varphi_{y2} = 0 \quad (۱)$$

$$J_{a1} \ddot{\varphi}_{y1} - \omega J_{p1} \dot{\varphi}_{x1} + \frac{6EI_1}{l_1^2} X_1 + \frac{4EI_1}{l_1} \varphi_{y1} - \frac{6EI_1}{l_1^2} X_2 + \frac{2EI_1}{l_1} \varphi_{y2} = 0 \quad (۲)$$

$$m_2 \ddot{X}_2 - \frac{12EI_1}{l_1^3} X_1 - \frac{6EI_1}{l_1^2} \varphi_{y1} + \left( \frac{12EI_1}{l_1^3} + \frac{12EI_1}{l_2^3} \right) X_2 + \left( -\frac{6EI_1}{l_1^2} + \frac{6EI_2}{l_2^2} \right) \varphi_{y2} - \frac{12EI_2}{l_2^3} X_3 + \frac{6EI_2}{l_2^2} \varphi_{y3} = -k_{xx2} x_2 \quad (۳)$$

$$J_{a2} \ddot{\varphi}_{y2} - \omega J_{p2} \dot{\varphi}_{x2} + \frac{6EI_1}{l_1^2} X_1 + \frac{2EI_1}{l_1} \varphi_{y1} + \left( -\frac{6EI_1}{l_1^2} + \frac{6EI_2}{l_2^2} \right) X_2 + \left( \frac{4EI_1}{l_1} + \frac{4EI_2}{l_2} \right) \varphi_{y2} - \frac{6EI_2}{l_2^2} X_3 + \frac{2EI_2}{l_2} \varphi_{y3} = 0 \quad (۴)$$

$$m_3 \ddot{X}_3 - \frac{12EI_2}{l_2^3} X_2 - \frac{6EI_2}{l_2^2} \varphi_{y2} + \left( \frac{12EI_2}{l_2^3} + \frac{12EI_3}{l_3^3} \right) X_3 + \left( -\frac{6EI_2}{l_2^2} + \frac{6EI_3}{l_3^2} \right) \varphi_{y3} - \frac{12EI_3}{l_3^3} X_4 + \frac{6EI_3}{l_3^2} \varphi_{y4} = -k_{xx3} x_3 \quad (۵)$$

$$J_{a3} \ddot{\varphi}_{y3} - \omega J_{p3} \dot{\varphi}_{x3} + \frac{6EI_2}{l_2^2} X_2 + \frac{2EI_2}{l_2} \varphi_{y2} + \left( -\frac{6EI_2}{l_2^2} + \frac{6EI_3}{l_3^2} \right) X_3 + \left( \frac{4EI_2}{l_2} + \frac{4EI_3}{l_3} \right) \varphi_{y3} - \frac{6EI_3}{l_3^2} X_4 + \frac{2EI_3}{l_3} \varphi_{y4} = 0 \quad (۶)$$

$$m_4 \ddot{X}_4 - \frac{12EI_3}{l_3^3} X_3 - \frac{6EI_3}{l_3^2} \varphi_{y3} + \frac{12EI_3}{l_3^3} X_4 - \frac{6EI_3}{l_3^2} \varphi_{y4} = 0 \quad (۷)$$

$$J_{a4} \ddot{\varphi}_{y4} - \omega J_{p4} \dot{\varphi}_{x4} + \frac{6EI_3}{l_3^2} X_3 + \frac{2EI_3}{l_3} \varphi_{y3} - \frac{6EI_3}{l_3^2} X_4 + \frac{4EI_3}{l_3} \varphi_{y4} = 0 \quad (۸)$$

$$m_1 \ddot{Y}_1 + \frac{12EI_1}{l_1^3} Y_1 - \frac{6EI_1}{l_1^2} \varphi_{x1} - \frac{12EI_1}{l_1^3} Y_1 - \frac{6EI_1}{1} \varphi_{x2} = 0 \quad (۹)$$

$$J_{a1}\ddot{\phi}_{x1} - \omega J_{p1}\dot{\phi}_{y1} - \frac{6EI_1}{l_1^2}Y_1 + \frac{4EI_1}{l_1}\phi_{x1} + \frac{6EI_1}{l_1^2}Y_2 + \frac{2EI_1}{l_1}\phi_{x2} = 0 \quad (10)$$

$$m_2\ddot{Y}_2 - \frac{12EI_1}{l_1^3}Y_1 + \frac{6EI_1}{l_1^2}\phi_{x1} + \left(\frac{12EI_1}{l_1^3} + \frac{12EI_1}{l_2^3}\right)Y_2 + \left(\frac{6EI_1}{l_1^2} - \frac{6EI_2}{l_2^2}\right)\phi_{x2} - \frac{12EI_2}{l_2^3}Y_3 - \frac{6EI_2}{l_2^2}\phi_{x3} = -k_{yy2}Y_2 \quad (11)$$

$$J_{a2}\ddot{\phi}_{x2} + \omega J_{p2}\dot{\phi}_{y2} - \frac{6EI_1}{l_1^2}Y_1 + \frac{2EI_1}{l_1}\phi_{x1} + \left(\frac{6EI_1}{l_1^2} - \frac{6EI_2}{l_2^2}\right)Y_2 + \left(\frac{4EI_1}{l_1} + \frac{4EI_2}{l_2}\right)\phi_{x2} + \frac{6EI_2}{l_2^2}Y_3 + \frac{2EI_2}{l_2}\phi_{x3} = 0 \quad (12)$$

$$m_3\ddot{Y}_3 - \frac{12EI_2}{l_2^3}Y_2 + \frac{6EI_2}{l_2^2}\phi_{x2} + \left(\frac{12EI_2}{l_2^3} + \frac{12EI_3}{l_3^3}\right)Y_3 + \left(\frac{6EI_2}{l_2^2} - \frac{6EI_3}{l_3^2}\right)\phi_{x3} - \frac{12EI_3}{l_3^3}Y_4 - \frac{6EI_3}{l_3^2}\phi_{x4} = -k_{yy3}Y_3 \quad (13)$$

$$J_{a3}\ddot{\phi}_{x3} + \omega J_{p3}\dot{\phi}_{x3} - \frac{6EI_2}{l_2^2}Y_2 + \frac{2EI_2}{l_2}\phi_{y2} + \left(\frac{6EI_2}{l_2^2} - \frac{6EI_3}{l_3^2}\right)Y_3 + \left(\frac{4EI_2}{l_2} + \frac{4EI_3}{l_3}\right)\phi_{x3} + \frac{6EI_3}{l_3^2}Y_4 + \frac{2EI_3}{l_3}\phi_{x4} = 0 \quad (14)$$

$$m_4\ddot{Y}_4 - \frac{12EI_3}{l_3^3}Y_3 + \frac{6EI_3}{l_3^2}\phi_{x3} + \frac{12EI_3}{l_3^3}Y_4 + \frac{6EI_3}{l_3^2}\phi_{x4} = 0 \quad (15)$$

$$J_{a4}\ddot{\phi}_{x4} + \omega J_{p4}\dot{\phi}_{x4} - \frac{6EI_3}{l_3^2}Y_3 + \frac{2EI_3}{l_3}\phi_{x3} - \frac{6EI_3}{l_3^2}Y_4 + \frac{4EI_3}{l_3}\phi_{x4} = 0 \quad (16)$$

در نهایت با جداسازی ماتریس‌های جرم [M]، سفتی [K] و جمله‌های ژيروسکوپی [G] داریم:

$$[M]\ddot{q} + \omega[G]\dot{q} + [K]q = 0 \quad (17)$$

### ۳- حل معادلات و ارائه نتایج

برای یافتن فرکانس‌های طبیعی سیستم مورد نظر، از معادله (۱۸) استفاده می‌شود.

$$\det\{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\} = 0 \quad (18)$$

به دلیل اینکه به سیستم نیرو و گشتاور خارجی وارد نمی‌شود اثر خروج از مرکزی در نظر گرفته نشده است. به منظور ساده سازی مسئله، مقادیر سفتی یاتاقان‌ها در صفحات  $X$  و  $Y$  یکسان هستند. پس از جایگذاری مشخصات سیستم و حل معادلات، فرکانس‌های طبیعی و نمودار کمپل بدست می‌آیند و نتایج با حل المان محدود در نرم‌افزار انسیس مقایسه می‌شوند. مدل شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار انسیس

دارای 50374 المان و 7477 گره می‌باشد. برای شبکه بندی توربوشارژر از المان‌های هرمی ۴ گره‌ای استفاده شده است. یاتاقان‌ها صلب فرض شده و اثرات کوریولیس و میرایی در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در حل عددی در جدول (۱) قابل مشاهده است.

جدول ۱. مشخصات سیستم در حل عددی

پارامتر	مقدار	واحد
$m_1 = m_4$	$8.48 \times 10^{-2}$	kg
$m_2 = m_3$	$1.60 \times 10^{-2}$	kg
$d_1 = d_4$	40	mm
$d_2 = d_3$	22	mm
$d$	15	mm
$l_1 = l_2 = l_3$	40	mm
$E$	200	GPa
$G$	76923	MPa
$k_{xxi} = k_{yyi}$	7000	N/mm
$\omega$	0 - 250000	rpm

مقادیر بدست آمده فرکانس‌های طبیعی برای مدهای ارتعاشی اول تا سوم در جدول (۲) قابل مشاهده است. همچنین درصد خطای حل المان محدود و حل تحلیلی محاسبه شده است.

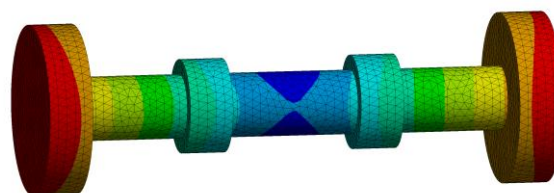
جدول ۲. مقایسه فرکانس‌های طبیعی سیستم در حل تحلیلی و حل المان محدود

فرکانس (Hz)	مود اول	مود دوم	مود سوم
حل تحلیلی	439.2	930.22	2945.1
حل المان محدود	428.04	898.9	2834.2
درصد خطا	2.54	3.37	3.76

در شکل ۲ مدهای ارتعاشی اول تا سوم در نرم‌افزار انسیس نشان داده شده‌است.

A: Modal  
Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Frequency: 428.04 Hz  
Sweeping Phase: 0.°  
Unit: mm

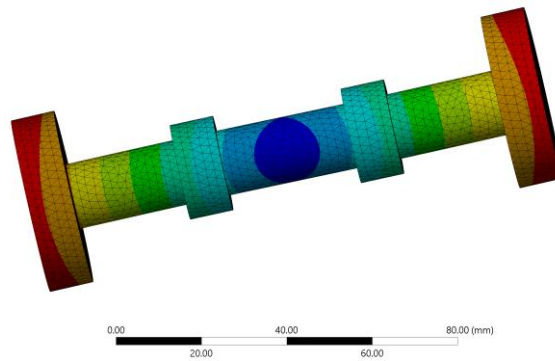
73.625 Max  
65.451  
57.276  
49.101  
40.926  
32.751  
24.576  
16.401  
8.259  
0.050944 Min



الف) شکل مود اول

A: Modal  
Total Deformation 2  
Type: Total Deformation  
Frequency: 428.04 Hz  
Sweeping Phase: 0.°  
Unit: mm

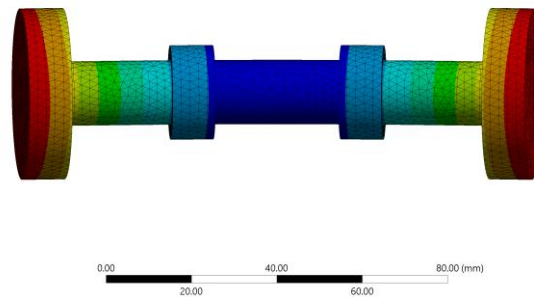
73.625 Max  
65.457  
57.289  
49.121  
40.953  
32.785  
24.617  
16.445  
8.2817  
0.11384 Min



ب) شکل مود دوم

A: Modal  
Total Deformation 3  
Type: Total Deformation  
Frequency: 998.9 Hz  
Sweeping Phase: 0.°  
Unit: mm

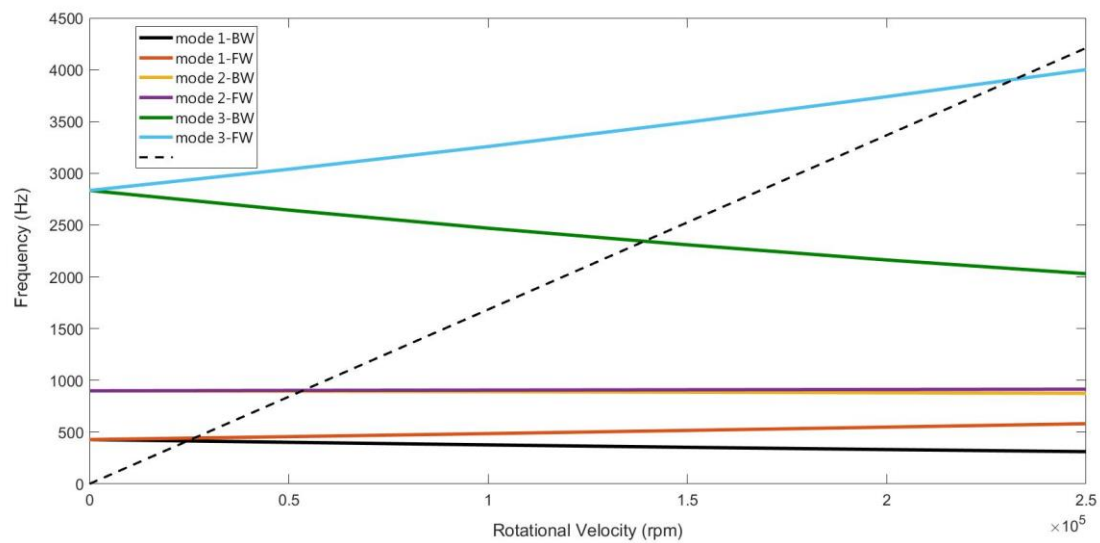
60.247 Max  
58.025  
55.803  
53.581  
51.359  
49.137  
46.915  
44.693  
42.471  
40.249 Min



ج) شکل مود سوم

شکل ۲. شکل مودهای سیستم در سه فرکانس اول

در شکل ۳ نمودار کمپبل، سرعت‌های بحرانی و مدهای پسرو و پیشرو نشان داده شده است. با توجه به شکل سرعت بحرانی اول برای حالت پسرو (rpm) 24890 و برای حالت پیشرو (rpm) 26577 خواهد بود.



شکل ۳. نمودار کمپبل

در جدول ۳ سرعت‌های بحرانی اول تا سوم در موده‌های پسرو و پیشرو نشان داده شده است و مشاهده می‌شود در دور بحرانی سوم به دلیل سرعت دورانی بالا اختلاف سرعت بحرانی در موده‌های پسرو و پیشرو زیاد است.

جدول ۳. سرعت‌های بحرانی در موده‌های اول تا سوم

سرعت بحرانی (دور بر دقیقه)	شکل مود
24890	اول (پسرو)
26577	اول (پیشرو)
53673	دوم (پسرو)
54172	دوم (پیشرو)
140390	سوم (پسرو)
235500	سوم (پیشرو)

سفتی یاتاقان‌های توربوشارژر بر اساس نوع روانکار عموماً در بازه  $7 \times 10^3 N/mm - 7 \times 10^4 N/mm$  قرار دارد [۸]. برای بررسی اثر سفتی یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر سه مقدار مختلف از بازه مذکور مطابق زیر در نظر گرفته می‌شود و نتایج با روش المان محدود در نرم‌افزار انسیس بدست می‌آیند.

$$k_{xxi} = k_{yyi} = 30000 N/mm \quad (\text{الف})$$

$$k_{xxi} = k_{yyi} = 50000 N/mm \quad (\text{ب})$$

$$k_{xxi} = k_{yyi} = 70000 N/mm \quad (\text{ج})$$

در جدول‌های ۴ تا ۶ سرعت‌های بحرانی اول تا سوم در حالت‌های الف، ب و ج در حالت‌های پسرو و پیشرو نشان داده شده است.

جدول ۴. سرعت‌های بحرانی در موده‌های اول تا سوم در حالت الف

سرعت بحرانی (دور بر دقیقه)	شکل مود
46614	اول (پسرو)
50306	اول (پیشرو)
80856	دوم (پسرو)
86708	دوم (پیشرو)
181500	سوم (پسرو)
295180	سوم (پیشرو)

جدول ۵. سرعت‌های بحرانی در موده‌های اول تا سوم در حالت ب

سرعت بحرانی (دور بر دقیقه)	شکل مود
58837	اول (پسرو)
64138	اول (پیشرو)
87516	دوم (پسرو)
97801	دوم (پیشرو)
218050	سوم (پسرو)
352400	سوم (پیشرو)

جدول ۶. سرعت‌های بحرانی در مودهای اول تا سوم در حالت ج

شکل مود	سرعت بحرانی (دور بر دقیقه)
اول (پسرو)	68480
اول (پیشرو)	75443
دوم (پسرو)	103880
دوم (پیشرو)	192820
سوم (پسرو)	252470
سوم (پیشرو)	417070

تغییرات سرعت‌های بحرانی نشان می‌دهد که با افزایش ضرایب سفتی یاتاقان‌ها، سرعت‌های بحرانی نیز در شکل مودهای پسرو و پیشرو افزایش می‌یابند و سرعت‌های بحرانی تا حد زیادی وابسته به ضرایب سفتی یاتاقان‌ها می‌باشند. سرعت بحرانی سرعتی است که در آن فرکانس طبیعی با سرعت کاری سیستم برابر شود. با توجه به سرعت کاری توربوشارژرها می‌توان نتیجه گرفت یکی از راه‌های دور نگه‌داشتن آن‌ها از رسیدن به سرعت‌های بحرانی استفاده از یاتاقان‌هایی با ضرایب سفتی بالا می‌باشد.

#### ۴- جمع بندی

در این مقاله رفتار ارتعاشی و اثر سفتی یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر بررسی شد. پس از مدلسازی معادلات حاکم بر سیستم استخراج گردید سپس با جایگذاری پارامترهای سیستم، فرکانس‌های طبیعی بدست آمد، شکل مودهای ارتعاشی استخراج شد و نتایج حل تحلیلی با حل المان محدود مقایسه گردید. نمودار کمپیل و سرعت‌های بحرانی در سه مود اول و در شکل مودهای پسرو و پیشرو محاسبه شد. در نهایت برای بررسی اثر ضرایب سفتی یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر، سرعت‌های بحرانی در ازای ضرایب سفتی متفاوت در محدوده مجاز به روش المان محدود محاسبه شدند و مشاهده شد که افزایش ضرایب سفتی یاتاقان‌ها تاثیر زیادی بر سرعت‌های بحرانی دارد و منجر به افزایش آن خواهد شد.

#### مراجع

1. Li, G.-J.: Research on the Dynamic Characteristics and Visualization of the Turbocharger Rotor. Hebei University of Technology, Hebei (2003)
2. Ying, G.-C & Meng, Guang & Jing, Jianping & Long, Xinhua. (2009). Turbocharger rotor dynamics considering engines foundation excitation. 28. 18-24.
3. Liu X. Strength and rotor dynamics analysis of one type turbocharger. Dalian Maritime University, Dalian. 2013.
4. Luo, B.-B.: Machining process and dynamic balancing of the rotor parts of the turbocharger. Highw. Car 1, 12-14 (2006)
5. Tian, L., Wang, W. J., & Peng, Z. J. (2011). Dynamic behaviours of a full floating ring bearing supported turbocharger rotor with engine excitation. Journal of Sound and Vibration, 330(20), 4851-4874.
6. Ouyang, X., Guo, H., Wu, X., Men, R., Li, M., & Cao, S. (2022). Investigation of Weight Effects on the Critical Speed of Inclined Turbocharger Rotor System. Journal of Nonlinear Mathematical Physics, 29(2), 403-422.
7. Wan KH, Zhang YT, Ren GQ. Research of the solution method on the critical speed of turbo supercharger rotor. New Technology & New Process. 2009; 10:18-20.
8. Zhai L, Luo Y, Wang Z, Liu X. Failure analysis and optimization of the rotor system in a diesel turbocharger for rotor speed-up test. Advances in Mechanical Engineering. 2014 Jul 13; 6:476023.