

تشخیص خسارت تیرهای مرکب چندلایه با استفاده از شاخص پراکندگی انرژی موجک

امیرحسین حیدرزاده^۱، ندا بقیعی*^۲

^۱ ایران، قوچان، دانشگاه صنعتی قوچان، گروه مهندسی عمران، کدپستی ۹۴۷۷۱۷۷۸۷۰، دانشجوی کارشناسی ارشد سازه؛

am.heidarz@gmail.com

^۲ ایران، قوچان، دانشگاه صنعتی قوچان، گروه مهندسی عمران، کدپستی ۹۴۷۷۱۷۷۸۷۰، استادیار؛

n.baghiee@qiet.ac.ir

چکیده

با توجه به اهمیت روز افزون پایش سلامت سازه‌های تاریخی و نیاز به بررسی پیوسته عملکرد سازه‌های زیربنایی، طیف گسترده‌ای از روش‌های خسارت‌سنجی با بهره‌جستن از پاسخ ارتعاشی و مشخصه‌های مودال سازه در دهه‌های اخیر ارائه شده است. یکی از اساسی‌ترین و پرکاربردترین شیوه‌ها، بهره‌گیری از شکل‌های مودی به عنوان مولفه‌های دینامیکی اثرپذیر در برابر خسارت است. پژوهش حاضر با استفاده از تبدیل موجک به تحلیل شکل‌های مودی سازه‌های تیری برای آشکارسازی خسارت‌ها می‌پردازد. با در نظر گرفتن ضرایب حاصل از تبدیل موجک گسسته به عنوان ورودی تابع انرژی، تابع انرژی ضرایب موجک ایجاد و سپس پراکندگی مقادیر این تابع در درجات آزادی تیر با شاخص پیشنهادی سنجش پراکندگی انرژی (WED) بررسی می‌شوند. کارایی شاخص پیشنهادی (WED) با تحلیل داده‌های آزمایشگاهی یک تیر مرکب چندلایه ساخته شده از الیاف شیشه (GFRP) و بهره‌گیری از توابع موجک داووبچینز ۴، سیملت ۴، موجک متعامد دوگانه معکوس (rbio۲.۲)، موجک‌های متعامد دوگانه (bior۱.۱، bior۵.۵) و موجک هار تجزیه و تحلیل می‌شود. بنا به نتایج تحلیلی موجک متعامد دوگانه معکوس (rbio۲.۲)، در آشکارسازی ترک‌های ایجاد شده دارای کمترین خطا نسبت به سایر تابع‌های موجک می‌باشد. با اعمال حد آستانه خسارت در دو گام به صورت هموار سازی با تابع فیلتر متحرک در گام نخست و معیار حد اطمینان یکطرفه بالایی در گام دوم روی مقادیر شاخص پیشنهادی (WED)، خسارت‌ها با دقت مناسب در موده‌های دوم و سوم تیر مرکب بدون نیاز به داده‌های حالت خسارت ندیده شناسایی و مکانیابی می‌شوند.

کلمات کلیدی: تیر مرکب چندلایه؛ تبدیل موجک؛ انرژی موجک؛ شکل مودی.

۱- مقدمه

در عصر حاضر بسیاری از سازه‌های ساخته شده در دهه‌های اخیر به انتهای عمر بهره‌برداری خود نزدیک شده‌اند، همچنین، سازه‌های جدیدی با صرف هزینه‌های بسیار ساخته می‌شود که کارکرد و قابلیت خدمات‌دهی آنها به عنوان زیر ساخت‌های حیاتی امری مهم به شمار می‌رود؛ تشخیص بهنگام خسارت و عیوب احتمالی، در تعمیر و نگهداری این نوع سازه‌ها اهمیت روز افزونی پیدا کرده

است، در این راستا پایش سلامت سازه‌ها به عنوان شاخه‌ای از علم ارتعاشات در طول دهه‌های گذشته مورد توجه محافل صنعتی و دانشگاهی بوده است [۱]. تاکنون روش‌ها و شاخص‌های گوناگونی پیرامون موضوع شناسایی خسارت سازه‌ها معرفی شده و پژوهش‌های مربوطه سعی در بهبود کارایی این روش‌ها در تشخیص، مکانیابی، تخمین شدت خسارت و نیز برآورد عمر باقی مانده سازه داشته‌اند [۲].

از اولین مولفه‌های ارائه شده در زمینه خسارت سنجی، بسامد طبیعی سازه است که نخست در ۱۹۷۹ توسط کاوولی و آدامز [۳] معرفی گردید و کارایی آن در خسارت‌سنجی یک صفحه آلومینیومی بررسی شد. در خسارت‌سنجی با این مولفه فرض می‌شود که کاهش سختی ناشی از وجود خسارت بر بسامد طبیعی اثرگذار بوده و تغییرات آن به عنوان شاخصه‌ای جهت تشخیص سلامت سازه دارای کاربرد است. اثرپذیری از شرایط محیطی به ویژه اختلاف دما در طول شبانه روز، تشخیص میزان تغییرات بسامد طبیعی ناشی از خسارت را با دشواری روبرو می‌سازد، در سال ۲۰۱۴ ژو و وای [۴] بسامد طبیعی پل تسینگما در هنگ‌کنگ را طی مدت چند ماه مورد بررسی قرار داده که اثرپذیری بسامد طبیعی به سبب افزایش دمای محیط از نتایج این اندازه‌گیری گزارش شده است؛ به دلیل اثرپذیری بسامد طبیعی پل مورد مطالعه از عوامل مختلفی مانند سرعت باد، زاویه تابش خورشید و دمای محیط از تحلیل‌های آماری برای پردازش داده‌های ارتعاشی پل استفاده شده است.

از پرکاربردترین مولفه‌های خسارت‌سنجی می‌توان شکل‌های مودی را نام برد [۵]، کاهش سختی بر اثر خسارت، سبب تغییر در شکل‌های مودی سازه می‌شود. در مقایسه شکل مودی با بسامد طبیعی سازه، در ۲۰۰۶ زیا و همکاران [۶] نشان دادند که شکل مودی نسبت به بسامد طبیعی از حساسیت کمتری در برابر تغییرات شرایط محیطی برخوردار است. پژوهش‌های متعددی با استفاده از این مولفه دینامیکی در خسارت‌سنجی با وجود داده‌های آلوده به نوفه و نیز داده‌های ناقص صورت گرفته است، در سال ۲۰۱۸ هو و زیا [۷] با بهره‌گیری از مولفه شکل‌های مودی اقدام به بروزرسانی مدل اجزای محدود برای یک قاب فولادی سه طبقه کردند، در سال ۲۰۱۲ ریندرز و ادوین [۸] اقدام به تشخیص خسارت در پل Z24 با استفاده از شکل‌های مودی استخراج شده از داده‌های مودال ناقص نمودند. در سال ۲۰۰۹، بقیعی و همکاران [۹] با بررسی تغییرات شکل‌های مودی تعدادی تیر بتنی خسارت دیده که با الیاف مرکب پلیمری مقاوم سازی شده بودند، پرداختند.

از پیشرفت‌های حوزه پردازش سیگنال که تاثیر قابل توجهی در تحلیل داده‌های ارتعاشی نشان داده است، می‌توان به تبدیل موجک اشاره کرد [۱۰]؛ قابلیت این نوع تبدیل در شناسایی تغییرات موضعی و ناچیز ناشی از خسارت است، به نحوی که این روش را به ابزاری پرکاربرد در زمینه تشخیص خسارت تبدیل کرده است. در سال ۲۰۲۲ کومار [۱۱] با استفاده از الگوریتم‌های پردازش تصویر اقدام به استخراج شکل‌های مودی تیرهای مرکب کرد سپس با اعمال تبدیل موجک گسسته و تحلیل مولفه‌های حاصل از این تبدیل توانست محل و نیز شدت خسارت‌های ایجاد شده در نمونه‌ها را با دقت محاسبه کند. در سال ۲۰۲۳، سادات‌مراد [۱۲] با استخراج شکل‌های مودی از یک نمونه تیر مرکب و اعمال تبدیل موجک بر داده‌های به دست آمده و نیز تحلیل‌های آماری بر روی ضرایب موجک، موفق به تشخیص و موقعیت یابی خسارت موجود در نمونه تیر مرکب شد.

در پژوهش حاضر با بهره‌گیری از تبدیل موجک و همچنین ویژگی انرژی سیگنال، ضرایب حاصل از تبدیل موجک مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته، و سپس شاخصی موثر بر مبنای تغییرات انرژی ضرایب موجک معرفی شده است. به دلیل کاربرد روزافزون مواد مرکب در صنایع مختلف، شاخص پیشنهادی در این تحقیق با استفاده از شکل‌های مودی یک تیر مرکب چندلایه ارزیابی شده است. این شاخص جهت تشخیص و مکانیابی خسارت احتمالی تنها از داده‌های ارتعاشی حالت خسارت دیده استفاده می‌کند؛ چنین امری در هنگامی که دسترسی به داده‌های وضعیت بدون خسارت نمونه مورد بررسی میسر نباشد از اهمیت بسزایی برخوردار خواهد بود.

۲- کاربرد تبدیل موجک و انرژی سیگنال در خسارت سنجی

۲-۱ تبدیل موجک گسسته

یکی از روش‌های ارزشمند تحلیل و استخراج مولفه‌های مهم یک سیگنال، تبدیل موجک می‌باشد. اساس کارکرد تبدیل موجک گسسته بر مبنای سنجش شباهت بین مقیاس‌های یک تابع موجک و سیگنال اصلی است. تبدیل موجک گسسته با استفاده از معادله (۱) معرفی می‌شود [۱۳]:

$$\Psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi\left(\frac{t-k2^j}{2^j}\right), j=1,2,\dots,n \quad (1)$$

که در آن $\Psi_{j,k}(t)$ ، $\Psi\left(\frac{t-k2^j}{2^j}\right)$ و j به ترتیب نشانگر تابع موجک مادر، تابع جابجایی و مقیاس است. لازم به ذکر است که تبدیل موجک گسسته به دلیل داشتن مقیاس‌های محدود شده به صورت توان‌هایی از دو، دارای سرعتی بیشتر در انجام تبدیل نسبت به تبدیل موجک پیوسته می‌باشد [۱۴]، لذا در این پژوهش از تبدیل موجک گسسته استفاده شده است. همچنین از شرط‌های اساسی برای هر تابع موجک $\Psi_{j,k}(t)$ ، داشتن میانگین صفر و طول محدود آن تابع می‌باشد (معادله (۲)) [۱۳]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{j,k}(t) dx = 0 \quad (2)$$

که در آن $\Psi_{j,k}(t)$ نشانگر تابع موجک مادر مورد بررسی است. مشخصات موجک مادر براساس ضرایبی که مقیاس خوانده می‌شود تغییر پیدا می‌کند. شباهت بین نسخه‌های مقیاس شده موجک مادر و سیگنال اصلی با مفهوم ضریب موجک معرفی می‌شود، ضریب موجک در تبدیل موجک گسسته با معادله (۳) معرفی می‌شود [۱۳]:

$$C_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \Psi_{j,k}(t) dt \quad (3)$$

که در آن $C_{j,k}$ ، $\Psi_{j,k}(t)$ و $x(t)$ به ترتیب نشانگر ضرایب موجک، تابع موجک و سیگنال اصلی می‌باشند.

۲-۲ انرژی سیگنال

انرژی سیگنال یکی از ویژگی‌های پرکاربرد در بررسی نرخ تغییرات دامنه سیگنال است. این ویژگی قادر است تا تغییرات ناچیز ناشی از خسارت را در داده‌های دریافتی به خوبی نمایان سازد، انرژی سیگنال معادل با مجذور مولفه‌های دامنه سیگنال است، انرژی موجک با معادله (۴) بیان می‌شود [۱۵]:

$$E_j = \int_{-\infty}^{+\infty} |C_{j,k}|^2 dt \quad (4)$$

که در آن E_j و $C_{j,k}$ به ترتیب بیانگر انرژی موجک و ضرایب موجک می‌باشد. در این مقاله برای امکان مقایسه بهتر انرژی موجک به دست آمده از تجزیه شکل‌های مودی، اقدام به هم پایه‌سازی این مقادیر مطابق معادله (۵) می‌شود:

$$E_{j-norm} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |C_{j,k}|^2 dt}{\max[\int_{-\infty}^{+\infty} |C_{j,k}|^2 dt]} \quad (5)$$

در این پژوهش با در نظر گرفتن ضرایب حاصل از تبدیل موجک گسسته به عنوان ورودی تابع انرژی، تابع انرژی ضرایب موجک تولید شده و سپس پراکندگی مقادیر این تابع در درجات آزادی تیر نمونه بررسی خواهد شد، شاخص سنجش پراکندگی انرژی موجک (Wavelet Energy Deviation) یا به اختصار WED با معادله (۶) بیان می‌شود:

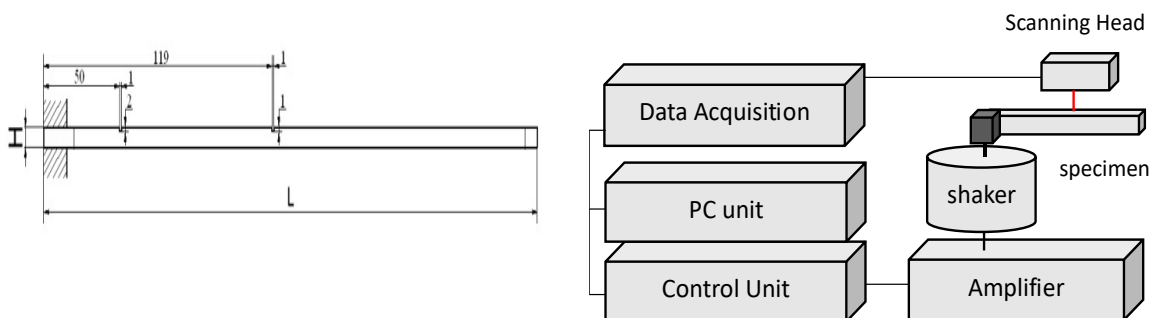
$$WED = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |E(j) - \text{mean}(E(j))|^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

در این رابطه $E(j)$ و N به ترتیب بیانگر انرژی موجک و تعداد درجات آزادی می‌باشند.

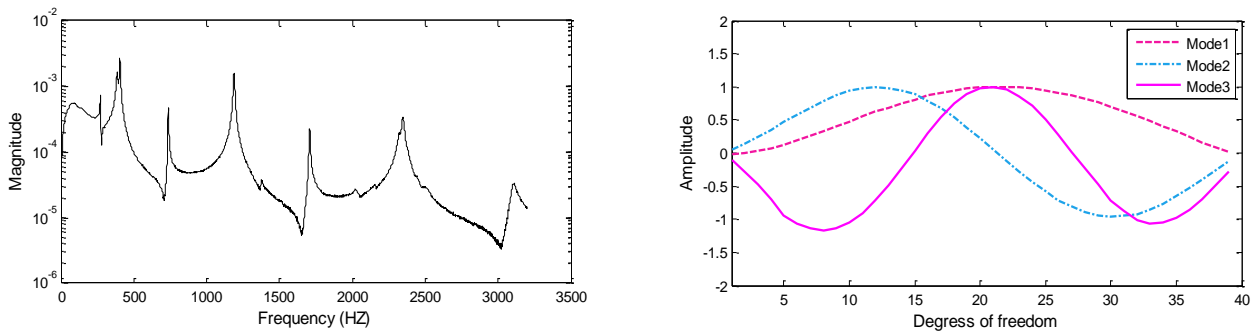
۳- استخراج مولفه های ارتعاشی تیر مرکب

در این تحقیق برای سنجش شاخص پیشنهادی WED و ارزیابی قابلیت تشخیص، داده‌های ارتعاشی حاصل از آزمایش مودال تجربی یک نمونه تیر مرکب چندلایه، پس از ایجاد خسارت به صورت شیار بر روی سطح آن، بررسی شده است. با توجه به اهمیت درک رفتار مواد مرکب در هنگام بروز آسیب و نیز ضرورت تشخیص خسارت در مراحل اولیه شکل‌گیری در این نوع مواد، کاتونین [۱۶] در ۲۰۱۰ به بررسی و استخراج مولفه‌های ارتعاشی یک نمونه تیر مرکب پرداخت.

در این آزمایش، تیر مرکب چندلایه ساخته شده از الیاف شیشه (GFRP)، به طول ۲۵۰ میلی‌متر، عرض ۲۵ میلی‌متر و ضخامت ۵ میلی‌متر، با استفاده از دستگاه لرزاننده مرتعش گردید، و تعداد ۲ ترک بر روی سطح تیر در فواصل ۵۰ و ۱۱۹ میلی‌متری از تکیه‌گاه گیردار با عمق به ترتیب ۱ و ۲ میلی‌متر بر روی سطح تیر ایجاد شد (شکل (۱)). ارتعاش تولید شده توسط دستگاه لرزاننده به صورت سیگنال‌های تصادفی ایجاد و بر تیر مرکب چندلایه اعمال شد، در مجموعه تعداد ۴۰ نقطه سنجش بر روی تیر تعریف و کمیت سرعت در آن نقاط توسط سنجشگر لیزری اندازه‌گیری شده است. پس از محاسبه نمودار پاسخ بسامدی (شکل (۲)) تغییرات بساندها در اثر خسارت مشخص شد. پیش از خسارت بسامد طبیعی مود اول ۲۲۴ هرتز و پس از خسارت ۲۵۳ هرتز به دست آمد [۱۶].



شکل ۱. تجهیزات آزمایشگاهی اندازه‌گیری مشخصات تیر مرکب چند لایه (سمت راست)، تیر مرکب دارای دو ترک در فواصل ۵۰ و ۱۱۹ میلی‌متری از تکیه‌گاه گیردار به عمق به ترتیب ۲ و ۱ میلی‌متر (سمت چپ) [۱۶].



شکل ۲. شکل‌های مودی اول تا سوم تیر مرکب چند لایه (سمت راست)، نمودار پاسخ بسامدی تیر مرکب چند لایه (سمت چپ) [۱۶].

۴- تحلیل و بررسی نتایج

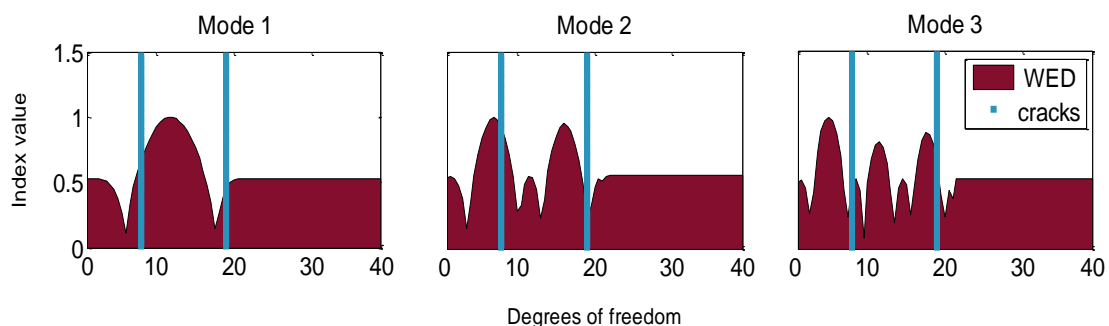
در این پژوهش شکل‌های مودی به دست آمده توسط کاتونین [۱۶] به عنوان ورودی شاخص معرفی شده در بخش قبل استفاده شده تا کارایی روش انرژی ضرایب موجک و شاخص پیشنهادی رابطه (۶) مورد ارزیابی قرار گیرد.

۴-۱ انتخاب موجک مادر

یکی از اساسی‌ترین مراحل خسارت‌سنجی با تبدیل موجک گسسته، انتخاب موجک مادر است. برای سیستم‌های فیزیکی مختلف هر کدام بسته به مشخصات سیستم؛ یافتن تابع موجکی بهینه با کمترین حد خطا، توسط مجموعه‌ای از فرایندهای سعی و خطا میسر خواهد بود. در این تحقیق با استفاده از سایر پژوهش‌های پیرامون تابع انرژی موجک [۱۵، ۱۷، ۱۸]، تعدادی تابع موجک برای بررسی انتخاب شده، سپس با مقایسه نتایج و خطای حاصل از به‌کارگیری این توابع، بهترین گزینه برای استفاده در شاخص پیشنهادی تعیین شده است. بر این اساس شکل‌های مودی تیر مرکب با بهره‌گیری از توابع موجک داوینچینز ۴، سیملت ۴، موجک متعامد دوگانه معکوس (rbio۲.۲)، موجک‌های متعامد دوگانه (bior۱.۱، bior۵.۵) و موجک هار تجزیه و تحلیل خواهند شد.

۴-۲ خسارت‌سنجی با استفاده از شاخص پراکندگی انرژی موجک

در اولین گام با استفاده از ابزار تبدیل موجک در نرم افزار MATLAB، شکل‌های مودی با توابع موجک مختلف مورد بررسی قرار گرفته و پس از استخراج ضرایب موجک و محاسبه مقادیر شاخص، مشخص گردید که به صورت تقریبی مقدار شاخص پراکندگی انرژی موجک (WED) در محل درجات آزادی دارای ترک، به مقدار بیشینه خود می‌رسد. با توجه به لزوم انتخاب تابع موجک بهینه، در تحلیل نمونه تیر مرکب مشاهده شد که موجک متعامد دوگانه معکوس (rbio۲.۲)، در آشکارسازی ترک‌های ایجاد شده دارای کمترین خطا نسبت به تابع‌های موجک دیگر در این پژوهش می‌باشد. در ادامه نتایج به دست آمده با استفاده از این نوع تابع موجک تشریح خواهد شد، همچنین جهت مقایسه بهتر عملکرد شاخص در هر مود اقدام به هم پایه‌سازی مقدار شاخص شده است (شکل (۳)).

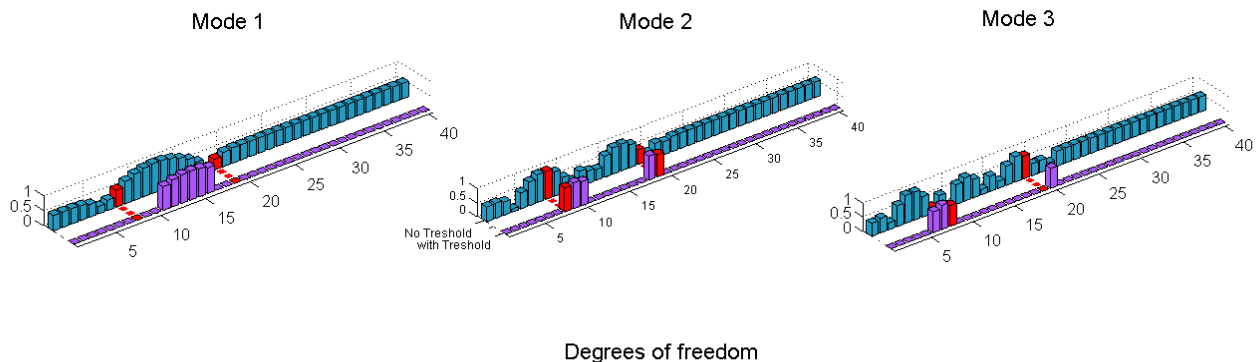


شکل ۳. نمودار شاخص پراکندگی انرژی موجک حاصل از تابع موجک متعامد دوگانه معکوس (rbio۲.۲) در طول تیر، مود اول تا سوم.

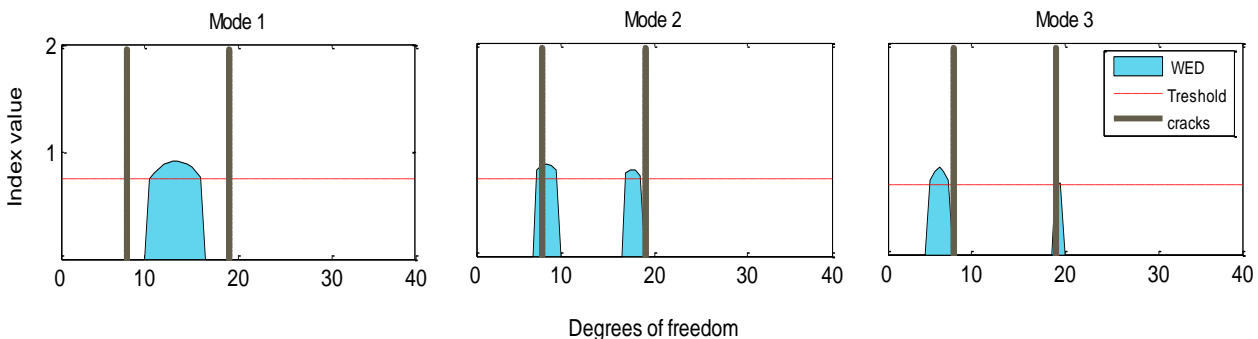
با بررسی نمودارهای به دست آمده می‌توان تشخیص داد که مقادیر شاخص در محل ترک و همچنین نقاط اطراف آن به صورت تقریبی به مقادیر بیشینه خود نزدیک می‌شوند. برای تخمین بهتر محل ترک با استفاده از شاخص پراکندگی انرژی موجک می‌توان با اعمال حد آستانه، نقاطی را که وجود ترک از نظر مقادیر این شاخص نامحتمل است حذف کرد. در این پژوهش اعمال حد آستانه در دو گام صورت گرفته است؛ نخست با توجه به وجود چند نقطه بیشینه نسبی در برخی از نمودارها، نظیر مود سوم در شکل (۳)، نیاز است تا اقدام به هموارسازی این نقاط شود، تابع فیلتر متحرک یا Moving Filter Function (MFF) در سال ۲۰۲۲، توسط نای و همکاران [۱۹] برای هموارسازی نقاط بیشینه محلی استفاده شده است؛ در پژوهش حاضر نیز این نوع فیلتر جهت هموارسازی چنین نقاطی به کار رفته است. سپس در گام دوم یک حد اطمینان یکطرفه بالایی یا one-sided upper confidence limit (UCL) برای مقادیر به دست آمده اعمال شد، که با معادله (۷) بیان می‌شود [۲۰]:

$$T_{\alpha} = \mu + Z_{\alpha}\sigma \quad (7)$$

در معادله (۷) T_{α} ، μ و σ به ترتیب مقدار حد اطمینان، میانگین و انحراف از معیار می‌باشند، همچنین Z_{α} بیان‌کننده مقدار توزیع نرمال استاندارد بوده که در پژوهش حاضر معادل با ۱.۳ در نظر گرفته شده است، که این مقدار معادل با سطح اطمینان ۹۰ درصدی است. در شکل (۴) تاثیر اعمال حد آستانه در آشکارسازی و مکان‌یابی خسارت مشخص شده است. پس از اعمال حد آستانه، از میان شش تابع موجک بررسی شده، تابع موجک متعامد دوگانه معکوس (rbio۲.۲) نتایجی با کمترین سطح خطا را فراهم می‌کند، نتایج تخمین بدست آمده توسط شاخص پراکندگی انرژی موجک در شکل (۵) قابل مشاهده است.



شکل ۴. مقایسه مقادیر WED قبل (رنگ آبی) و پس از اعمال حد آستانه (رنگ ارغوانی)، محل ترک با رنگ قرمز مشخص شده است.



شکل ۵. مقادیر WED پس از اعمال حد آستانه در مدهای اول تا سوم.

در شکل (۵) با بررسی مود دوم و سوم تیر مرکب چندلایه، ملاحظه می‌شود که مقادیر شاخص پراکندگی انرژی موجک در محل ترک اول (درجه آزادی ۸) که از عمق بیشتری برخوردار است دارای دامنه بیشتری است، بنابراین شاخص پیشنهادی به طور تقریبی از

قابلیت تخمین شدت آسیب نیز برخوردار است. در بررسی مود اول تیر مرکب در شکل‌های (۳)، (۴) و (۵) مشاهده می‌شود که مقادیر شاخص افزایش قابل ملاحظه‌ای در فاصله بین دو ترک موجود داشته است، با این وجود هر دو ترک به شکل مستقل آشکارسازی نشده‌اند که این موضوع احتمال دارد به دلیل پایین بودن بسامدهای تحریک در مود اول بوده باشد.

۴-۳ نتیجه‌گیری

در این مقاله با کمک مولفه انرژی ضرایب حاصل از تحلیل موجک گسسته، خسارت‌های یک تیر مرکب چندلایه مورد ارزیابی قرار گرفت. با سنجش تغییرات و پراکندگی مولفه‌های انرژی در اثر خسارت، شاخصی برای سنجش و مکانیابی عیوب احتمالی در تیر مرکب چندلایه پیشنهاد شد. در ادامه، داده‌های آزمایشگاهی مربوط به یک تیر مرکب چندلایه با استفاده از شاخص پیشنهادی تحلیل شدند و نتایج به شرح زیر حاصل شد:

- با کمک روش پیشنهادی ترک‌های ایجاد شده بر روی تیر با دقت مناسبی آشکارسازی و موقعیت‌یابی می‌شوند. نتایج به دست آمده بیانگر حساسیت مناسب شاخص پراکندگی انرژی موجک در آشکارسازی خسارت و همچنین مکانیابی خسارت با دقت مناسب در مودهای دوم و سوم می‌باشد. در مود اول هر دو ترک به شکل مستقل آشکارسازی نشدند که این موضوع احتمال دارد به دلیل پایین بودن بسامدهای تحریک در مود اول بوده باشد.
- بیشتر روش‌ها در پژوهش‌های قبلی برای تحلیل داده‌های ارتعاشی مربوط به تیر مرکب مورد بحث؛ قادر به آشکارسازی ترک در درجه آزادی شماره ۸ با استفاده از مود دوم نبودند. در حالیکه شاخص پراکندگی انرژی موجک در پژوهش حاضر به خوبی هر دو ترک را در مود دوم آشکارسازی می‌کند.
- شاخص پراکندگی انرژی موجک می‌تواند تنها با بررسی داده‌های ارتعاشی حالت خسارت دیده و بدون نیاز به داده‌های حالت سالم، به تشخیص و مکانیابی خسارت پرداخته و این قابلیت در مواردی که دسترسی به داده‌های حالت سالم میسر نباشد، مزیت مهمی محسوب می‌شود.

مراجع

1. P. F. Giordano, S. Quqa, and M. P. Limongelli, "The value of monitoring a structural health monitoring system", *Structural safety* 100, 102280 (2023).
2. P. Chaupal, P. Rajendran, "A review on recent developments in vibration-based damage identification methods for laminated composite structures: 2010–2022", *Composite Structures* 311, 116809 (2023).
3. P. Cawley, R. D. Adams, "The location of defects in structures from measurements of natural frequencies", *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 14, 49-57 (1979).
4. G.-D. Zhou, T.-H. Yi, "A summary review of correlations between temperatures and vibration properties of long-span bridges", *Mathematical Problems in Engineering* 2014, (2014).
5. D. Martucci, M. Civera, and C. Surace, "Bridge monitoring: Application of the extreme function theory for damage detection on the I-40 case study", *Engineering Structures* 279, 115573 (2023).
6. Y. Xia, H. Hao, G. Zanardo, and A. Deeks, "Long term vibration monitoring of an RC slab: temperature and humidity effect", *Engineering structures* 28, 441-452 (2006).
7. R. Hou, Y. Xia, and X. Zhou, "Structural damage detection based on l1 regularization using natural frequencies and mode shapes", *Structural Control and Health Monitoring* 22, e2107 (2018).

8. E. Reynders, J. Houbrechts, and G. De Roeck, "Fully automated (operational) modal analysis", *Mechanical systems and signal processing* 29, 228-250 (2012).
9. N. Baghiee, M. R. Esfahani, and K. Moslem, "Studies on damage and FRP strengthening of reinforced concrete beams by vibration monitoring", *Engineering Structures* 31, 875-893 (2009).
10. J. Zhou, Z. Li, and J. Chen, "Application of two dimensional Morlet wavelet transform in damage detection for composite laminates", *Composite Structures* 318, 117091 (2023).
11. R. Kumar, R. Nigam, and S. K. Singh, "Selection of suitable mother wavelet along with vanishing moment for the effective detection of crack in a beam", *Mechanical Systems and Signal Processing* 163, 108136 (2022).
12. M. Saadatmorad, M. H. Shahavi, and A. Gholipour, "Damage Detection in Laminated Composite Beams Reinforced with Nano-particles Using Covariance of Vibration Mode Shape and Wavelet Transform", *Journal of Vibration Engineering & Technologies* 1-11 (2023).
13. H. Gökdağ, O. Kopmaz, "A new damage detection approach for beam-type structures based on the combination of continuous and discrete wavelet transforms", *Journal of Sound and Vibration* 324, 1158-1180 (2009).
14. G. A. Oliver, J. L. J. Pereira, M. B. Francisco, and G. F. Gomes, "Wavelet transform-based damage identification in laminated composite beams based on modal and strain data", *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 1-11 (2023).
15. B. Zehtab, H. Mirdamadi, A. Asadi, and M. Rafeeyan, "Experimental study on damage identification in GFRP-strengthened RC beams using novel cubic energy-based damage index", *Advances in Structural Engineering* 18, 1639-1652 (2015).
16. A. Katunin, "Identification of multiple cracks in composite beams using discrete wavelet transform", *Scientific Problems of Machines Operation and Maintenance* 45, 41-52 (2010).
17. E. Douka, S. Loutridis, and A. Trochidis, "Crack identification in plates using wavelet analysis", *Journal of sound and vibration* 270, 279-295 (2004).
18. S. Zhong, S. O. Oyadiji, "Detection of cracks in simply-supported beams by continuous wavelet transform of reconstructed modal data", *Computers & structures* 89, 127-148 (2011).
19. Z. Nie, Y. Xie, J. Li, H. Hao, and H. Ma, "Damage detection in bridges under moving loads based on subspace projection residuals", *Advances in Structural Engineering* 25, 979-1001 (2022).
20. J. Li, H. Hao, and H.-P. Zhu, "Dynamic assessment of shear connectors in composite bridges with ambient vibration measurements", *Advances in Structural Engineering* 17, 617-637 (2014).