

ISAV2023

سیزدهمین کنفرانس بین المللی آگوستیک و ارتعاشات

۲۹ و ۳۰ آذر ماه ۱۴۰۲ تهران - ایران



انجمن آگوستیک و ارتعاشات ایران

بررسی اثر عوامل مختلف بر ارتعاشات با دامنه‌ی بزرگ لوله‌های نفت، آب و تبری

محمدعلی صباحی^{*}، علیرضا سعیدی^پ، زهرا معین الدینی^پ

^{*} ایران، کرمان، بلوار جمهوری، دانشگاه شهید باهنر، دانشکده فنی و مهندسی، ۷۶۱۸۸۶۸۳۶۶، دانشجوی دکتری تخصصی

^پ ایران، کرمان، بلوار جمهوری، دانشگاه شهید باهنر، دانشکده فنی و مهندسی، ۷۶۱۸۸۶۸۳۶۶، استاد

^پ ایران، کرمان، بلوار جمهوری، دانشگاه شهید باهنر، دانشکده فنی و مهندسی، ۷۶۱۸۸۶۸۳۶۶، دانشجوی کارشناسی ارشد

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: M.A.Sabahi@eng.uk.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، به ارتعاشات با دامنه بزرگ لوله‌های حامل جریان سیال نفت-گاز، آب و میرد R22 پرداخته می‌شود. از آنجایی که عموماً لوله‌های نفت و آب در زیر زمین یا بستر خاکی/شنی قرار گرفته‌اند، فرض شده است که بستر الاستیک غیرخطی باشد. برای مدلسازی ریاضی مسئله، لوله حامل جریان سیال دوفازی بر پایه تئوری اویلر-برنولی در محیط الاستیک غیرخطی قرار گرفته است. در این کار از کرنش غیرخطی ون-کارمن و اصل همیلتون استفاده شده است. معادلات غیرخطی حاصله، با استفاده از روش گالرکین به معادله دیفرانسیل با مشتقات معمولی تبدیل و به کمک روش عددی رانج-کوتا حل شده تا پاسخ زمانی و رفتار دینامیکی لوله حامل جریان سیال بدست آید. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با افزایش دامنه ارتعاشات و نسبت گاز در لوله، فرکانس غیرخطی افزایش پیدا می‌کند و از طرف دیگر، با افزایش طول لوله و توان ماده مدرج تابعی، فرکانس کاهش می‌یابد. همچنین نتایج نشان دادند که تاثیر تغییرات سرعت جریان سیال دوفازی بر رفتار دینامیکی لوله ناچیز بوده و می‌تواند در سرعت‌های پایین، از آن صرف‌نظر نمود.

کلمات کلیدی: ارتعاشات غیرخطی، اصل همیلتون، بسترالاستیک، سیال دوفازی، روش گالرکین.

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، طراحی و بهینه‌سازی لوله‌های حامل جریان سیال به دلیل کاربردهای گسترده‌ای که در صنایع مختلف دارند، اهمیت ویژه‌ای پیدا کرده است. برای طراحی بهینه و ایمن لوله‌های حامل جریان سیال، نیاز است تا ارتعاشات آنها به دقت بررسی و به

کنترل درآید. ارتعاشات غیرخطی یکی از مسائلی است که در لوله‌های حامل جریان سیال به وجود می‌آیند و می‌توانند باعث خرابی و آسیب به لوله شوند. در اینگونه شرایط، کنترل ارتعاشات غیرخطی بسیار مهم است تا باعث کاهش آسیب و خرابی لوله‌ها، بهبود عملکرد و کاهش خطراتی برای سلامتی و ایمنی افراد شود [۲، ۱].

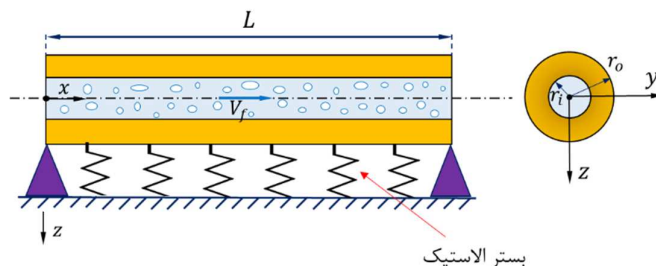
تانگ و یانگ [۳] به بررسی اثر پساگمانش و ارتعاشات غیرخطی لوله‌های حامل جریان سیال ساخته شده از ماده مدرج تابعی به صورت تحلیلی پرداخته‌اند. در این مقاله معادلات حاکمه بر پایه اصل همپلتون و فرم بسته معادلات غیرخطی با کمک روش تحلیل هموتویی بدست آمده است و اثر سرعت و چگالی سیال و تنش اولیه به کمک نتایج عددی بر اثر پساگمانش بررسی شده است. خدابخش و همکاران [۴] به بررسی تحلیلی ارتعاشات غیرخطی و پساگمانش لوله‌های حامل جریان سیال انعطاف‌پذیر ساخته شده از مواد مدرج تابعی به کمک مدل تیر غیرخطی تیموشنکو پرداخته‌اند. با فرض کرنش غیرخطی ون-کارمن و اصل همپلتون معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکمه غیرخطی و گمانش لوله مدرج تابعی حامل جریان سیال بدست آمده‌اند و به کمک روش گالرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده‌اند و به کمک روش هموتویی، فرم بسته معادلات جهت مطالعه اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی بر رفتار پساگمانش و ارتعاشات غیرخطی ارائه شده است. لیو و همکاران [۵] به بررسی ارتعاشات غیرخطی و پایداری نانولوله‌های حامل جریان سیال ساخته شده از مواد مدرج تابعی بر پایه تئوری تیر اویلر برنولی پرداخته‌اند. معادلات حاکمه بر پایه تئوری گرادیان غیرمحلّی و استفاده از اصل همپلتون بدست آمده است. ژو و همکاران [۶] به بررسی پایداری و ارتعاشات غیرخطی لوله‌های کامپوزیتی حامل جریان سیال با بستر الاستیک و تغییرشکل غیرخطی هندسی پرداخته‌اند. طبق تئوری تیر اویلر-برنولی و اثرات غیرخطی ون-کارمن و با استفاده از مدل کلونین-ووچیت و اصل همپلتون، معادلات دینامیکی حاکمه بدست آمده‌اند. تاثیر ضریب ویسکو الاستیک، دامنه اولیه و جهت گیری فیبر بر فرکانس‌های طبیعی غیرخطی بررسی شده است. لو و همکاران [۷] به مطالعه تاثیر ارتعاشات، رزونانس داخلی و مواد مدرج تابعی محوری بر خستگی لوله‌های حامل جریان سیال برای بهبود خواص مکانیکی و افزایش عمر خستگی پرداخته‌اند. با استفاده از روش گالرکین و مقیاس چندگانه به حل معادلات حاکمه پرداختند. کشش، خمش و توزیع تنش حاصل شده لوله مدرج تابعی محوری، تحت رزونانس اندازه گیری شده است. چانگ و همکاران [۸] به مطالعه پایداری و ارتعاشات غیرخطی لوله‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداخته‌اند. با فرض تیر اویلر و رابطه تنش کرنش غیرخطی ون-کارمن و به کمک اصل همپلتون معادلات حرکت حاکمه این نوع لوله‌ها پیدا شده و همچنین تاثیر سرعت سیال بر فرکانس طبیعی در لوله‌ها با الگوهای مختلف توزیع نانو مواد کربنی و ضخامت دیواره مطالعه شده است. مائو و همکاران [۹] برای اولین بار در مقاله خود به بررسی تاثیر تغییرات مدول یانگ بر حرکت لوله‌های مدرج تابعی محوری حامل جریان سیال پرداخته‌اند. با تئوری اویلر برنولی و به کمک اصل همپلتون معادلات حاکمه دیفرانسیل غیرخطی پاره‌ای با تکیه گاه دوسر ساده بدست آمده است و برای حل تحلیلی از روش هارمونیک بالانس بهره گرفته‌اند. وی و همکاران [۱۰] به مطالعه ارتعاشات اجباری غیرخطی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل جریان سیال بر روی تکیه‌گاه با رفتار غیرخطی و با ترکیب روش‌های مقیاس چند گانه و تحلیل مودال به حل معادلات حاکمه پرداختند. ارتعاشات غیرخطی لوله‌های جداره نازک چند لایه حامل جریان سیال با سه مقطع مربع، مستطیل افقی و عمودی و در نظر گرفتن چهار الگوی توزیع برای صفحات گرافن برای اولین بار توسط خدابخش و همکاران [۱۱] بصورت تحلیلی بررسی شده است. برای مدلسازی لوله از تئوری جداره نازک اویلر-برنولی و با در نظر گرفتن کرنش غیرخطی ون-کارمن، معادلات غیرخطی به کمک اصل همپلتون بدست آمده‌اند و با روش تحلیلی هموتویی، حل تحلیلی برای پاسخ زمانی و فرکانس غیرخطی این نوع لوله‌ها ارائه شده است. ژو و همکاران [۱۲] به مطالعه ارتعاشات غیرخطی خمشی و پیچشی سه بعدی لوله متخلخل مدرج تابعی تحت تحریک هارمونیک پرداخته‌اند. معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت بر پایه تئوری اویلر-برنولی و کمک اصل همپلتون بدست آمده‌اند. ارتعاشات فلاتر نانو لوله‌های جداره نازک حامل جریان سیال تحت تاثیر میدان مغناطیسی توسط قانع و همکاران [۱۳] بررسی شده است. برای مدلسازی برهمکنش سازه و سیال، تئوری گرادیان غیرمحلّی تیر تیموشنکو جداره نازک، عدد ناسن و نانوسیال مغناطیسی فرض شده‌اند. عدد ناسن برای تحلیل شرط لغزش مرزی بین جریان سیال و دیواره نانولوله‌ها و ضریب تصحیح سرعت میانگین برای رسیدن به سرعت اصلاح شده نانو سیال، مورد استفاده قرار گرفته است. به کمک اصل همپلتون معادلات حاکمه پیدا و طبق روش گالرکین، معادلات کوپل به معادلات مقدار اصلی عمومی تبدیل شده‌اند. بهاء‌الدینی و حسینی [۱۴] در تحقیق خود از تئوری الاستیسیته غیرمحلّی اصلاح شده برای تحلیل فلاتر و دیورژانس نانو لوله‌های کربنی یکسر گیردار حامل جریان سیال در بستر ویسکوالاستیک استفاده کرده‌اند. معادلات حاکمه مرتبه بالا و شرایط مرزی برای تحلیل پایداری و ارتعاشات به کمک اصل همپلتون پیدا شده‌اند و طبق تئوری گالرکین توسعه یافته حل عددی برای فلاتر و سرعت های دیورژانس محاسبه شده است. صباحی و همکاران

[۱۵] حل تحلیلی برای ارتعاشات آزاد میکرولوله متخلخل مدرج تابعی حامل جریان سیال بر بستر ویسکوز ارائه کردند و معادلات حرکت با اعمال روابط کرنش غیرخطی ون-کارمن و تئوری گرادیان کرنش و اصل همپلتون پیدا شده است. فرم بسته برای یافتن فرکانس غیرخطی، سرعت بحرانی سیال و پاسخ زمانی میرا برای این نوع لوله‌ها به کمک روش تحلیلی هموتویی ارائه شده است. ارتعاشات آزاد و پایداری تیر یک سر گیردار غوطه‌ور در سیال متصل به پایه با جابه‌جایی محوری توسط نی و همکاران [۱۶] بررسی شده است. معادلات حرکت تیر باریک یک سرگیردار متصل به پایه جابه‌جایی محوری در یک سرعت مشخص درحالتی که داخل یک سیال تراکم ناپذیر غوطه‌ور است، پیدا شده است. طبق روش گالرکین فرکانس طبیعی‌های سیستم به صورت عددی بررسی شده‌اند و اثر پارامترهای مختلف سیستم از جمله سرعت جابه‌جایی پایه بر ارتعاشات و پایداری تیر به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته‌اند. تانگ و همکاران [۱۷] در مقاله خود مدل تئوری غیرخطی برای تحلیل ارتعاشات سه بعدی میکرولوله‌های خمیده حامل جریان سیال با تکیه‌گاه دوسر گیردار را ارائه و بر پایه تئوری تنش کوپل اصلاح شده و اصل همپلتون تحلیل کردند. کرنش محوری غیرخطی لاگرانژ برای به دست آوردن تغییر شکل استاتیکی ناشی از جریان سیال داخلی استفاده و معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکمه به کمک روش گارکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده‌اند. بیدگلی و همکاران [۱۸] به مطالعه ارتعاشات غیرخطی و ناپایداری پوسته استوانه‌ای وابسته به دما حامل سیال ویسکوز بر بستر غیرخطی پاسترناک پرداخته‌اند. خواص مواد معادل نانوکامپوزیت‌ها با استفاده از قانون ترکیب تخمین زده می‌شود. هر دو حالت الگوی توزیع یکنواخت و مدرج تابعی تقویت کننده‌ها بررسی شده‌اند. بر پایه تئوری پوسته میندلین ارتوتروپیک معادلات حاکمه و به کمک تئوری مربع سازی تعمیم یافته، فرکانس و سرعت بحرانی سیستم پیدا شده‌اند. بهاء‌الدینی و همکاران [۱۹] با استفاده از مدل تیر تیموشنکو وابسته به اندازه به بررسی ارتعاشات آزاد و تحلیل ناپایداری نانولوله حامل نانوسیال پرداخته‌اند. برای بررسی اثرات اندازه، از تئوری گرادیان غیرمحلی و عدد ناسن استفاده شده است و به کمک نمونه‌های عددی اثرات پارامترهای مختلفی از جمله مقیاس طول گرادیان کرنش، مقیاس طول کوچک، نسبت طول به قطر، ضخامت نانولوله‌ها، عدد ناسن و گرانش روی فرکانس‌های ویژه، سرعت فلاتر بحرانی و ناپایداری سیستم بررسی شده است.

در هیچ یک از کارهای گذشته به تحلیل رفتار دینامیکی لوله حاوی جریان سیال دوفازی در بستر الاستیک پرداخته نشده است. بنابراین در این کار، به ارتعاشات بزرگ لوله‌های حامل جریان سیال نفت-گاز، آب و تبریدی پرداخته می‌شود. جهت کاربردی بودن تحقیق، فرض شده است که لوله نفت و آب بر روی خاک قرار دارد. برای مدل‌سازی ریاضی از غیرخطی ون-کارمن و اصل همپلتون استفاده شده است. معادله حاصله، با استفاده از روش گالرکین و رانج-کوتا حل شده تا پاسخ زمانی و رفتار دینامیکی لوله حامل جریان سیال بدست آید.

۲- معادلات حاکم بر حرکت

در شکل (۱) لوله حامل جریان سیال نفت و گاز است نشان داده شده است. این لوله با لولا مقید شده است و به ترتیب دارای شعاع داخلی، شعاع خارجی و طول L ، r_i و r_o است. فرض شده است که سیال عبوری از درون لوله دارای سرعت V_f و محور طولی آن در راستای محور x باشد. جنس لوله از ماده مدرج تابعی ساخته شده است که خواص آن به صورت تدریجی در راستای ضخامت تغییر می‌کند.



شکل ۱: تصویر شماتیک لوله حامل جریان سیال دوفازی

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر حرکت لوله، از اصل همیلتون استفاده می‌شود. برای اینکار ابتدا توابع انرژی جنبشی و پتانسیل به ترتیب به صورت ذیل نوشته شده است [۲۰].

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ m_p \left[\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right] + m_f \left[\left(V_f + \frac{\partial u}{\partial t} + V_f \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V_f \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} dx \quad (۱)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \overline{EI} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \overline{EA} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]^2 \right\} dx \quad (۲)$$

که در روابط فوق، x و t به ترتیب متغیرهای مستقل زمان و موقعیت هستند؛ w و u به ترتیب جابجایی عرضی و محوری‌اند؛ m_p و m_f به ترتیب جرم لوله و سیال بر واحد طول است؛ L و V_f به ترتیب بیانگر طول لوله و سرعت سیال عبوری می‌باشد؛ و پارامترهای \overline{EA} و \overline{EI} به ترتیب عبارت‌اند از [۱۵]:

$$\overline{EI} = \int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_o} E(r) r^2 \sin^2(\theta) (r dr d\theta) \quad (۳)$$

$$\overline{EA} = \int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_o} E(r) (r dr d\theta)$$

از آنجایی که ممکن است لوله نفت بر روی خاک قرار گرفته باشد، برای مدل سازی آن از بستر فنری کمک گرفته‌ایم. از این‌رو دو نوع فنر خطی و غیرخطی در نظر گرفته شده است. برای به کار بردن اصل همیلتون، نیاز است که کار بستر الاستیک به صورت زیر محاسبه شود.

$$W^{ext} = - \int_0^L \left\{ \frac{1}{2} K_l w^2 + \frac{1}{4} K_{nl} w^4 \right\} dx \quad (۴)$$

که در رابطه فوق، K_l و K_{nl} به ترتیب ضریب سفتی بستر الاستیک خطی و غیرخطی است. فرمول اصل همیلتون به صورت زیر ارائه شده است [۲۱].

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \{ T - U + W^{ext} \} dt = 0 \quad (۵)$$

که در فرمول (۵)، δ نماد دلتا و t_1 و t_2 دو زمان دلخواه هستند. اکنون با جایگزین کردن روابط (۱)، (۲) و (۴) در رابطه (۵)، معادلات حاکمه زیر بدست می‌آید.

$$(m_f)^* \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2(m_f V_f)^* \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + (m_f V_f^2)^* \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m_p \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) - \overline{EA} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) = 0 \quad (۶)$$

$$(m_f)^* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2(m_f V_f)^* \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_f V_f^2)^* \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m_p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + \overline{EI} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} \left[\overline{EA} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \right] \right\} + K_l w + K_{nl} w^3 = 0 \quad (۷)$$

که در معادلات کوپل (۶) و (۷)، $(m_f)^* = m_G + m_L$ ، $(m_f V_f)^* = m_G V_G + m_L V_L$ و $(m_f V_f^2)^* = m_G V_G^2 + m_L V_L^2$ است (زیر نویس‌های G و L به ترتیب به گاز و مایع اشاره دارند). ابتدا با توجه به فیزیک مسئله که در فرمول (۶) جمله‌ی دارای مدول الاستیسیته، نسبت به سایر جملات بزرگ است؛ لذا از بقیه جملات در برابر آن صرف‌نظر و معادله (۶) بصورت زیر بازنویسی می‌شود [۳]:

$$\overline{EA} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) = 0 \quad (۸)$$

حال با اعمال شرایط مرزی $u(0, t) = u(L, t) = 0$ ، به رابطه زیر می‌رسیم [۲۲]:

$$u(x, t) = -\frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx + \frac{x}{2L} \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۹) در رابطه (۷) به فرمول زیر می‌رسیم:

$$(m_f)^* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2(m_f V_f)^* \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_f V_f^2)^* \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m_p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) + \overline{EI} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right) - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} \left[\frac{\overline{EA}}{2L} \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx \right] \right\} + K_l w + K_{nl} w^3 = 0 \quad (10)$$

رابطه فوق معادله دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی است که با کمک روش گالرکین می‌توان آن را به معادله دیفرانسیل غیرخطی معمولی تبدیل کرد. برای این کار $w(x, t)$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۲۰]:

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (11)$$

که در رابطه فوق $W(x)$ و $T(t)$ به ترتیب تابع شکل و تابع زمانی هستند. در اینجا بر مبنای شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده $W(x) = \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$ است. با جایگزین کردن رابطه (۱۱) در معادله (۱۰) و ضرب نتیجه در تابع شکل و در نهایت انتگرال گرفتن روی بازه ۰ تا L به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\ddot{T}(t) + \frac{\left(\overline{EI} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 - (m_f V_f^2)^* \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 - K_l\right)}{(m_f)^* + m_p} T(t) + \frac{\left(\frac{\overline{EA}}{4} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 + \frac{3}{4} K_{nl}\right)}{(m_f)^* + m_p} T(t)^3 = 0 \quad (12)$$

با شرایط اولیه $T(0) = a_0$ و $\dot{T}(0) = 0$. فرض شده است که لوله از ماده مدرج تابعی ساخته شده است. معادلات ارائه شده برای این ماده به صورت زیر است [۳]:

$$V_o(r) = \left(\frac{r - r_i}{r_o - r_i}\right)^n \quad (13)$$

$$V_i(r) = 1 - V_o(r)$$

که در روابط فوق، $V_o(r)$ و $V_i(r)$ به ترتیب نسبت حجمی مواد سطوح خارجی و داخلی لوله است. همچنین n توان تابع مدرج تابعی است [۱۵].

$$E(r) = V_i E^i + V_o E^o \quad (14)$$

$$\rho(r) = V_i \rho^i + V_o \rho^o$$

۳- سیال دو فازي

برای مدل‌سازی ریاضی جریان سیال نفت و گاز از لوله حامل جریان سیال دو فازي استفاده شده است. این لوله در شکل (۱) نشان داده شده است و برای بدست آوردن سرعت گاز و مایع از روابط زیر استفاده می‌شود [۲۳].

$$V_G = C_0 V_f + V_{GM} \quad (15)$$

$$V_L = V_f - \frac{\alpha_G}{1 - \alpha_G} V_{GM} \quad (16)$$

که در آن، C_0 ضریب توزیع، V_f سرعت سیال عبوری از درون لوله و V_{GM} در ادامه معرفی می‌شود. نسبت مساحت اشغال شده توسط گاز (A_G) بر مساحت سطح مقطع لوله (A_p) با α_G ارائه شده است [۲۴].

$$\alpha_G = \frac{A_G}{A_P} = \frac{A_G}{A_L + A_G} \quad (17)$$

که در رابطه فوق، A_L مساحت اشغال شده توسط سیال است. برای لوله‌های افقی، $C_0 = 1.1$ است [۲۵] و V_{GM} از رابطه زیر بدست می‌آید [۲۶].

$$V_{GM} = 0.45 \sqrt{\frac{gD_h(\rho_L - \rho_G)(1 - \alpha_G)}{\rho_L}} \quad (18)$$

که در رابطه فوق، g و D_h به ترتیب شتاب گرانش و قطر هیدرولیکی و همچنین ρ_L و ρ_G به ترتیب چگالی مایع و گاز درون لوله هستند. قطر هیدرولیکی از رابطه زیر حاصل می‌شود.

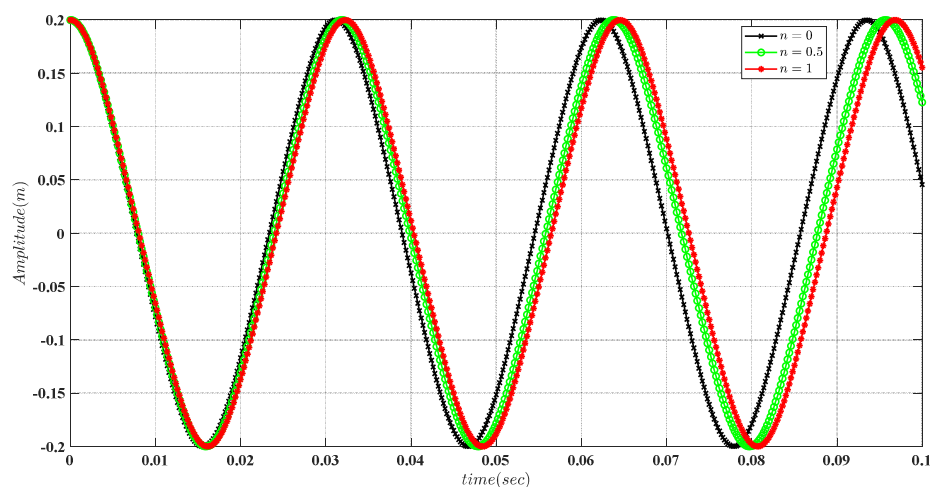
$$D_h = \frac{4A_P}{P_P} \quad (19)$$

که A_P و P_P به ترتیب محیط و مساحت داخلی لوله است.

۴- یافته‌ها

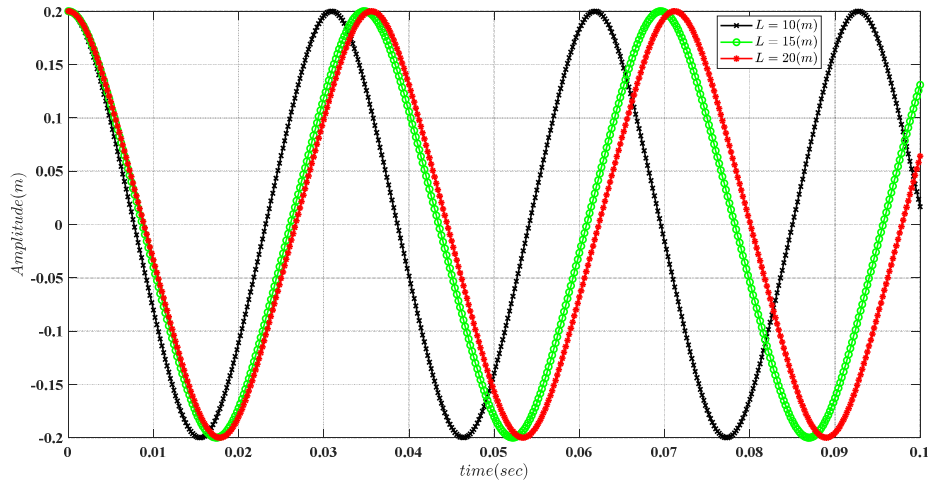
برای بدست آوردن نتایج، از لوله آلایژی مس-آلومینیوم استفاده شده است. بدین ترتیب از مقادیر زیر برای پارامترها استفاده شده است: $E^o = 70\text{GPa}$, $E^i = 151\text{GPa}$, $G^o = 26.9\text{GPa}$, $G^i = 58.1\text{GPa}$, $\rho^o = 2700\text{Kg/m}^3$, $\rho^i = 3000\text{Kg/m}^3$, $a_0 = .K_{nl} = 5 \times 10^8\text{N/m}^2$, $K_l = 10^6\text{N/m}^2$, $\alpha_G = 0.1$, $V_f = 1\text{m/s}$, $m = 1$, $L = 10\text{m}$, $r_i = 0.25\text{m}$, $r_o = 0.3\text{m}$ و $n = 1$ سه نوع سیال دوفازی متفاوت، در نظر گرفته شده است که عبارتند از: آب-هوا ($\rho_L = 997\text{Kg/m}^3$ و $\rho_G = 1.18\text{Kg/m}^3$), نفت-گاز ($\rho_L = 800\text{Kg/m}^3$ و $\rho_G = 1.88\text{Kg/m}^3$) و مبرد R22 ($\rho_L = 1213\text{Kg/m}^3$ و $\rho_G = 2.00\text{Kg/m}^3$).

در شکل (۲) پاسخ زمانی لوله حامل جریان آب-هوا بر بستر الاستیک به ازای توان‌های مختلف ماده مدرج تابعی نشان داده شده است. همانطور که قابل مشاهده است، با افزایش n ، دوره تناوبی نوسانات افزایش یافته است. این بدان معناست که تغییرات توان ماده مدرج تابعی برای لوله در نظر گرفته شده، اثر مستقیمی بر تغییرات دوره تناوبی دارد، زیرا با افزایش توان ماده، سفتی لوله کاهش یافته است.



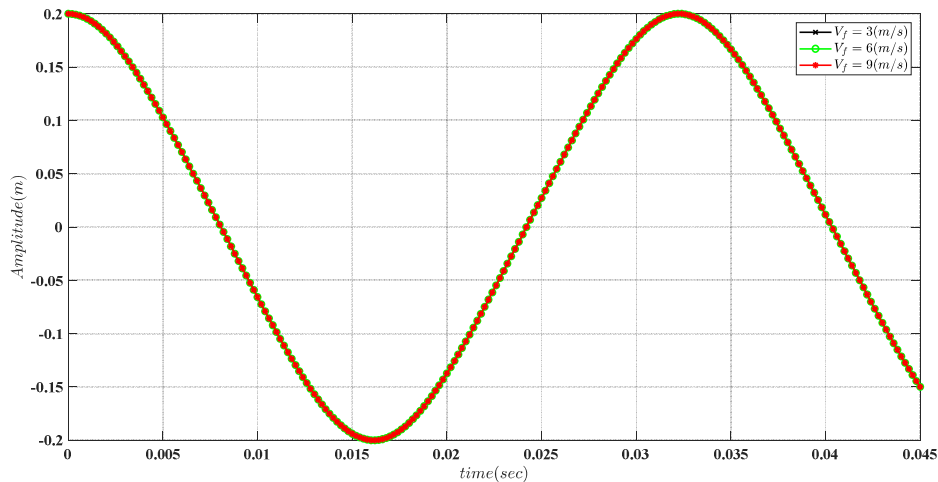
شکل ۲: پاسخ زمانی وسط لوله حامل جریان سیال نفت-گاز

در شکل زیر، رفتار دینامیکی لوله حامل جریان سیال نفت-گاز در بستر خاک برای طول‌های متفاوت لوله ارائه شده است. با دقت به آن متوجه می‌شویم که با افزایش طول لوله، دوره تناوبی افزایش یافته است؛ به عبارت دیگر، با افزایش طول لوله، فرکانس کاهش می‌یابد؛ زیرا فرکانس با دوره تناوبی رابطه عکس دارد. همچنین این شکل نشان می‌دهد که اثرات تغییر طول برای لوله‌های کوتاه، بیشتر به چشم می‌آید. علت این امر این است که پارمتر طول لوله با توان‌های ۲- و ۴- در معادله (۱۲) ظاهر شده است.



شکل ۳: رفتار دینامیکی وسط لوله حامل جریان سیال نفت-گاز

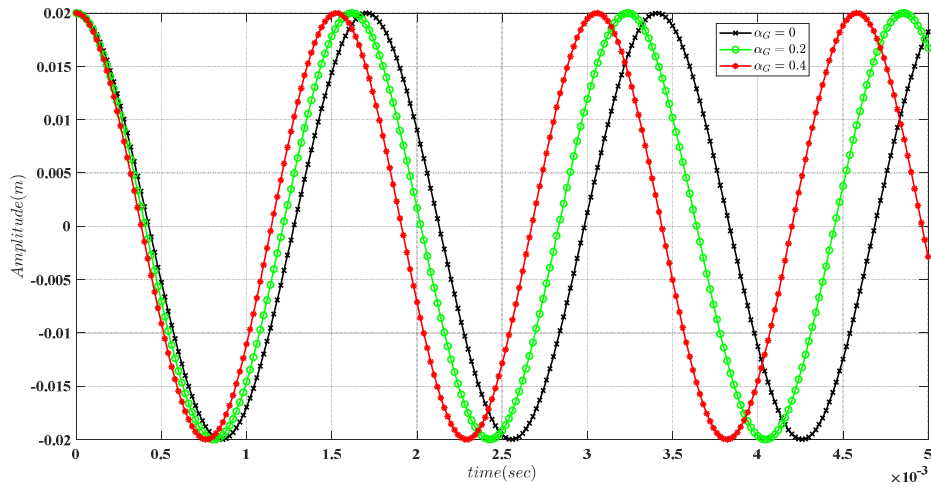
در شکل (۴) پاسخ ارتعاشی لوله حامل جریان سیال دوفازی (آب-هوا) بر بستر الاستیک غیرخطی به نمایش گذاشته شده است. این شکل نشان می‌دهد که تغییرات سرعت سیال عبوری از درون لوله، بر رفتار ارتعاشی لوله اثر ناچیزی دارد، بنابراین می‌توان از تغییرات آن در لوله‌های با سفتی بالا صرف نظر کرد.



شکل ۴: پاسخ زمانی وسط لوله حامل جریان سیال آب-هوا

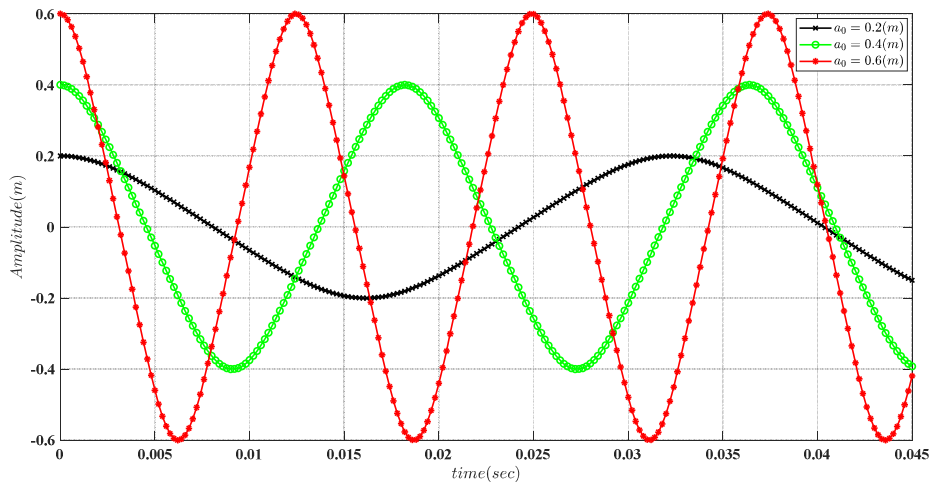
در شکل (۵)، پاسخ دینامیکی لوله مدرج تابعی حامل جریان سیال میرد R22 با در نظر گرفتن نسبت‌های گازی متفاوت ترسیم شده است. با بررسی شکل می‌توان مشاهده نمود که با افزایش نسبت گازی در لوله، دوره تناوبی کاهش و فرکانس افزایش یافته است.

بنابراین می‌توان چنین استنتاج نمود که زیاد شدن نسبت گازی باعث کاهش جرم معادل سیستم می‌شود که در پی آن، فرکانس افزایش یافته است. ($L = 0.5\text{m}$, $r_i = 0.025\text{m}$, $r_o = 0.03\text{m}$)



شکل ۵: پاسخ ارتعاشی وسط لوله حامل جریان سیال میرد R22

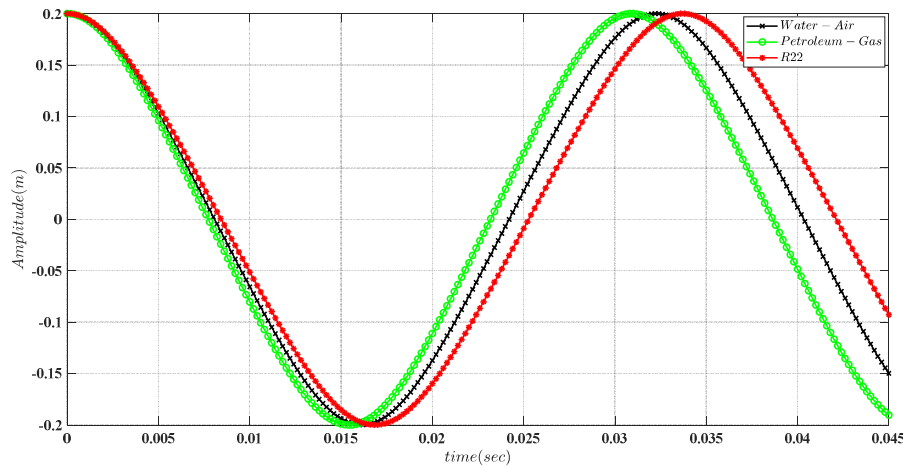
در شکل (۶)، پاسخ زمانی لوله حامل جریان سیال دوفازی (آب-هوا) در بستر خاک به ازای مقادیر متفاوت دامنه اولیه به نمایش گذاشته شده است. در تمامی شکل‌های این مقاله، دامنه و سرعت اولیه برای نقطه وسط لوله روی خط میانی و جابجایی آن در راستای عرضی در نظر گرفته شده است. با زیاد شدن دامنه اولیه، دوره تناوبی کاهش و فرکانس غیرخطی افزایش یافته است. طبق این نمودار می‌توان گفت که با افزایش دامنه ارتعاشات، فرکانس غیرخطی افزایش می‌یابد. بنابراین در ارتعاشات غیرخطی، فرکانس متأثر از دامنه اولیه است.



شکل ۶: پاسخ ارتعاشی لوله حامل جریان سیال دوفازی آب-هوا

برای مقایسه اثر نوع سیال عبوری از درون لوله بر پاسخ زمانی لوله در بستر الاستیک، شکل (۷) ترسیم شده است. در این نمودار، سه سیال دوفازی نفت-گاز، آب-هوا و گاز میرد گذرا از درون لوله مقایسه شده‌اند. این شکل نشان می‌دهد که لوله حامل سیال میرد و

نفت-گاز به ترتیب بیشترین و کمترین دوره تناوبی را دارند. بدلیل بیشتر بودن چگالی سیال نفت-گاز نسبت به مبرد، فرکانس لوله حامل نفت-گاز کمتر از لوله حامل مبرد است.



شکل ۷: پاسخ دینامیکی وسط لوله‌های حامل انواع جریان سیال‌های دو فازی

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی رفتار دینامیکی لوله‌های نفت، آب و مبردهای حرارتی مدرج تابعی با در نظر گرفتن بستر الاستیک پرداخته شده است. معادلات حاکم بر ریاضیات مسئله، بر طبق اصل همپلتون بدست آمده‌اند و با کمک روش گالرکین به معادله دیفرانسیل با مشتقات معمولی تبدیل شده است. با کمک روش رانج-کوتا، معادله دیفرانسیل غیرخطی حل و پاسخ ارتعاشی لوله به ازای پارامترهای متفاوت بدست آمده است. نتایج نشان دادند که با افزایش توان ماده مدرج تابعی و طول لوله، فرکانس غیرخطی کاهش یافته است. از طرف دیگر، با افزایش دامنه ارتعاشات و نسبت گاز در لوله، فرکانس غیرخطی افزایش یافته است. همچنین نتایج نشان دادند که تاثیر تغییرات سرعت سیال بر رفتار دینامیکی لوله ناچیز بوده و می‌توان در سرعت‌های پایین، از آن صرف‌نظر نمود.

مراجع

- [۱] M. Hosseini and R. Bahaadini, "Size dependent stability analysis of cantilever micro-pipes conveying fluid based on modified strain gradient theory," *International Journal of Engineering Science*, vol. 101, pp. 1-13, 2016.
- [۲] R. Bahaadini, A. R. Saidi, and M. Hosseini, "Dynamic stability of fluid-conveying thin-walled rotating pipes reinforced with functionally graded carbon nanotubes," *Acta Mechanica*, vol. 229, pp. 5013-5029, 2018.
- [۳] Y. Tang and T. Yang, "Post-buckling behavior and nonlinear vibration analysis of a fluid-conveying pipe composed of functionally graded material," *Composite Structures*, vol. 185, pp. 393-400, 2018.
- [۴] R. Khodabakhsh, A. R. Saidi, and R. Bahaadini, "An analytical solution for nonlinear vibration and post-buckling of functionally graded pipes conveying fluid considering the rotary inertia and shear deformation effects," *Applied Ocean Research*, vol. 101, p. 102277, 2020.
- [۵] H. Liu, Z. Lv, and H. Tang, "Nonlinear vibration and instability of functionally graded nanopipes with initial imperfection conveying fluid," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 76, pp. 133-150, 2019.
- [۶] J. Zhou, X. Chang, Z. Xiong, and Y. Li, "Stability and nonlinear vibration analysis of fluid-conveying composite pipes with elastic boundary conditions," *Thin-Walled Structures*, vol. 179, p. 109597, 2022.

- [۷] Z.-Q. Lu, K.-K. Zhang, H. Ding, and L.-Q. Chen, "Nonlinear vibration effects on the fatigue life of fluid-conveying pipes composed of axially functionally graded materials," *Nonlinear Dynamics*, vol. 100, pp. 1091-1104, 2020.
- [۸] X. Chang, X. Hong, C. Qu, and Y. Li, "Stability and nonlinear vibration of carbon nanotubes-reinforced composite pipes conveying fluid," *Ocean Engineering*, vol. 281, p. 114960, 2023.
- [۹] X.-Y. Mao, J. Jing, H. Ding, and L.-Q. Chen, "Dynamics of axially functionally graded pipes conveying fluid," *Nonlinear Dynamics*, pp. 1-22, 2023.
- [۱۰] S. Wei, X. Yan, X. Fan, X. Mao, H. Ding, and L. Chen, "Vibration of fluid-conveying pipe with nonlinear supports at both ends," *Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 43, no. 6, pp. 845-862, 2022.
- [۱۱] R. Khodabakhsh, A. R. Saidi, and R. Bahaadini, "Homotopy solution for nonlinear vibration analysis of multilayer graphene platelets-reinforced thin-walled pipes conveying fluid with rectangular cross-section," *Acta Mechanica*, vol. 234, no. 2, pp. 577-598, 2023.
- [۱۲] B. Zhu, Y. Guo, B. Chen, and Y.-H. Li, "Nonlinear nonplanar dynamics of porous functionally graded pipes conveying fluid," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 117, p. 106907, 2023.
- [۱۳] M. Ghane, A. R. Saidi, and R. Bahaadini, "Vibration of fluid-conveying nanotubes subjected to magnetic field based on the thin-walled Timoshenko beam theory," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 80, pp. 65-83, 20۲۰.
- [۱۴] R. Bahaadini and M. Hosseini, "Flow-induced and mechanical stability of cantilever carbon nanotubes subjected to an axial compressive load," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 59, pp. 597-613, 2018.
- [۱۵] M. A. Sabahi, A. R. Saidi, and R. Khodabakhsh, "An analytical solution for nonlinear vibration of functionally graded porous micropipes conveying fluid in damping medium," *Ocean Engineering*, vol. 245, p. 110482, 2022.
- [۱۶] Q. Ni, M. Li, M. Tang, and L. Wang, "Free vibration and stability of a cantilever beam attached to an axially moving base immersed in fluid," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, no. 9, pp. 2543-2555, 2014.
- [۱۷] M. Tang, Q. Ni, L. Wang, Y. Luo, and Y. Wang, "Nonlinear modeling and size-dependent vibration analysis of curved microtubes conveying fluid based on modified couple stress theory," *International Journal of Engineering Science*, vol. 84, pp. 1-10, 2014.
- [۱۸] M. Rabani Bidgoli, M. Saeed Karimi, and A. Ghorbanpour Arani, "Nonlinear vibration and instability analysis of functionally graded CNT-reinforced cylindrical shells conveying viscous fluid resting on orthotropic Pasternak medium," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, vol. 23, no. 7, pp. 819-831, 2016.
- [۱۹] R. Bahaadini, A. R. Saidi, and M. Hosseini, "On dynamics of nanotubes conveying nanoflow," *International Journal of Engineering Science*, vol. 123, pp. 181-196, 2018.
- [۲۰] A. Setoodeh and S. Afrahim, "Nonlinear dynamic analysis of FG micro-pipes conveying fluid based on strain gradient theory," *Composite Structures*, vol. 116, pp. 128-135, 2014.
- [۲۱] A. R. Saidi, M. Abdollahi, and R. Bahaadini, "Flutter analysis of honeycomb sandwich trapezoidal wings reinforced with GPLs," *Thin-Walled Structures*, vol. 183, p. 110353, 2023.
- [۲۲] A. M. Dehrouyeh-Semnani, M. Nikkhah-Bahrami, and M. R. H. Yazdi, "On nonlinear stability of fluid-conveying imperfect micropipes," *International Journal of Engineering Science*, vol. 120, pp. 254-271, 2017.
- [۲۳] A. Ebrahimi-Mamaghani, N. Mostoufi, R. Sotudeh-Gharebagh, and R. Zarghami, "Vibrational analysis of pipes based on the drift-flux two-phase flow model," *Ocean Engineering*, vol. 249, p. 110917, 2022.
- [۲۴] S. M. Bhagwat and A. J. Ghajar, "A flow pattern independent drift flux model based void fraction correlation for a wide range of gas-liquid two phase flow," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 59, pp. 186-205, 2014.
- [۲۵] S. M. Bhagwat and A. J. Ghajar, "Similarities and differences in the flow patterns and void fraction in vertical upward and downward two phase flow," *Experimental thermal and fluid science*, vol. 39, pp. 213-227, 2012.
- [۲۶] F. Li, C. An, M. Duan, and J. Su, "Combined damping model for dynamics and stability of a pipe conveying two-phase flow," *Ocean Engineering*, vol. 195, p. 106683, 2020.