

تحلیل فلاتر تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکتهای گرافن و دارای جرم متصله تحت جریان مافوق صوت

امیر خاوری هاشمی، حسن شکراللهی*، مصطفی اسماعیلی
ایران، تهران، خیابان مفتح، دانشگاه خوارزمی، دپارتمان مهندسی مکانیک
*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: hshokrollahi@khu.ac.ir

چکیده

در این مقاله، تحلیل ناپایداری آیرودینامیکی و رفتار فلاتر تیرهای کامپوزیتی تحت تأثیر تقویت کننده‌های پلاکتهای گرافن و جرم متصله مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین به بررسی ناپایداری آیروالاستیک در تیرها با مقطع مستطیلی با شرایط تکیه‌گاهی مختلف به همراه اثرات جرم متصله پرداخته شده است. تیرها با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول مدلسازی شده‌اند و تأثیرات تقویت کننده پلاکتهای گرافن در نظر گرفته شده است. برای تخمین فشار آیرودینامیکی، از تئوری پیستون استفاده شده و بر اساس اصل همیلتون، معادلات حاکم بر ارتعاشات این سیستم دینامیکی بدست آمده است. با حل معادلات به کمک روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته در نهایت فرکانس طبیعی این سیستم و فشار آیرودینامیکی وقوع پدیده فلاتر بدست آمده است. تأثیرات همزمان تقویت کننده‌های پلاکتهای گرافن و جرم متصله بر فرکانس و پایداری تیر تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است که در این پژوهش به این امر پرداخته شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که پدیده فلاتر برای تیرهای با توزیع ضخامت کاهشی-افزایشی نسبت به توزیع یکنواخت، اختلاف زیادی داشته و شرایط مطلوب‌تری را به خود اختصاص داده است. همچنین فلاتر در شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده نسبت به حالت یکسرگیردار در فشار بیشتری رخ میدهد. علاوه بر این با افزایش کسر حجمی پلاکتهای گرافن در تیر کامپوزیتی فلاتر دیرتر رخ خواهد داد.

کلمات کلیدی: فلاتر؛ تیر کامپوزیتی؛ پلاکتهای گرافن؛ جرم متصله.

۱- مقدمه

در مهندسی هوافضا و مهندسی راه آهن که اخیراً ساخت قطارهای هایپرلوپ بسیار مطرح است، یکی از پدیده‌های بسیار مهم و حیاتی، پدیده فلاتر است. فلاتر به عنوان یک نوع ناپایداری دینامیکی ظاهر می‌شود که ناشی از تأثیر ترکیبی نیروهای اینرسی، آیرودینامیکی و الاستیکی بر روی سازه‌هاست و باعث تغییرات در فرم دینامیکی سازه می‌شود. این پدیده به عنوان یک نوع ارتعاش ناپایدار خودتحریک شناخته می‌شود که در آن سازه‌ها انرژی مورد نیاز خود را از جریان سیال استخراج می‌کنند و ممکن است سازه به صورت اتفاقی بشکند. پدیده فلاتر در زمانی ایجاد می‌شود که نیروهای آیرودینامیکی مرتبط با دو مود ارتعاشی با یکدیگر ترکیب می‌شوند. موضوع مورد بررسی در این مطالعه، تحلیل پدیده فلاتر در تیرهای تقویت شده با پلاکتهای گرافن به همراه جرم متصله است.

در علم نوین نانو، یک پرکننده نوآورانه به نام پلاکت‌های گرافن وجود دارد که نقش بسیار مهمی در افزایش خصوصیات مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و نوری مواد کامپوزیت ایفا می‌نمایند [۱-۳]. به علاوه، گرافن‌ها از توجه بسیاری از پژوهشگران برای طراحی و توسعه موارد متعدد در حوزه سیستم‌های نانوالکترومکانیکی برخوردارند، که از جمله کاربردهای آن‌ها می‌توان به نانوکامپوزیت‌ها، حسگرهای جرم و گاز، ترانزیستورها و دستگاه‌های نیمه‌هادی اشاره کرد [۴-۶].

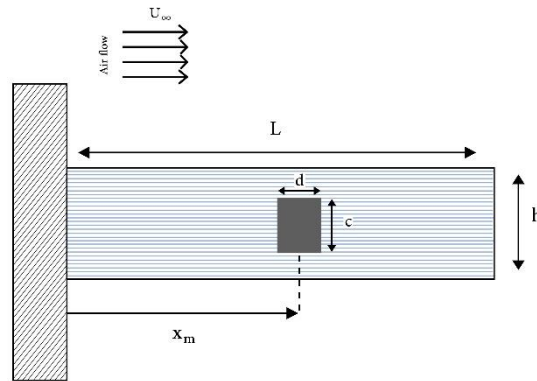
محصولات متنوعی از گرافن وجود دارند، از جمله پلاکت‌های گرافن و اکسید گرافن که به طور فراگیر در ساختارهای کامپوزیتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. تحقیقات نظری و آزمایشگاهی نشان می‌دهند که به علت دارا بودن سطح گسترده برای ارتباط با زنجیره‌های پلیمری، پلاکت‌های گرافن ارتباطات قوی‌تری نسبت به نانولوله‌های کربنی برقرار می‌کنند [۷]. به منظور ساخت سازه‌هایی که دارای تغییر پیوسته در تراکم پلاکت‌های گرافن در راستای ضخامت هستند، از چیدمان‌های چند لایه با توزیع مناسب در راستای ضخامت لایه‌ها استفاده می‌شود. این لایه‌ها دارای کسر وزن ثابتی هستند و یک توزیع مناسب از پلاکت‌های گرافن در طیف ضخامت لایه‌ها در نظر گرفته می‌شود [۸ و ۹]. عارفی و همکاران در تحقیق خود به بررسی تأثیر پارامترهای متعددی مانند درصد کسر وزنی و تعداد لایه‌ها بر تجزیه و تحلیل خمشی تیرهای تقویت‌شده توسط پلاکت‌های گرافن پرداختند. این تحقیق نشان داد که تعداد کل لایه‌ها و هندسه پلاکت‌ها به طور قابل توجهی بر نتایج تأثیر دارد. به طور خاص، نانوپلاکت‌ها با طول بیشتر منجر به تیرهایی با ساختارهای سفت‌تر می‌شوند [۱۰]. وجود مقدار کمی از گرافن در تیرهای کامپوزیتی اپوکسی می‌تواند به بهبود خصوصیات خمشی این تیرها کمک کند [۱۱ و ۱۲]. شکرالهی و بیگ پور در پژوهشی [۱۳]، تجزیه و تحلیل خمشی غیرخطی تیر کامپوزیتی تقویت‌شده با پلاکت‌های گرافن و توزیع غیر یکنواخت در ضخامت را بررسی کرده‌اند. در این پژوهش، معادلات دیفرانسیل غیرخطی براساس نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول و اصل حداقل انرژی پتانسیل، استخراج شده و با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی هارمونیک حل شده است. خواص مکانیکی و مدول الاستیک موثر کامپوزیت تقویت‌شده با پلاکت گرافن با استفاده از مدل میکرومکانیکی هالپین-تسای اصلاح‌شده محاسبه شده است. موسوی و یزدی در تحقیق خود، [۱۴] به بررسی پدیده فلاتر در تیرها و ورق‌های کامپوزیتی پرداختند. آنها تأثیر پارامترهای مختلفی از جمله درصد وزنی نانولوله‌های کربنی بر مشخصات فلاتر را مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که با افزودن مقدار کمی تقویت‌کننده (۴ درصد وزنی) به ماتریس اپوکسی، فشار بحرانی فلاتر با افزایش ۳۳ درصدی مواجه می‌شود. یاس و حشمتی [۱۵] به بررسی ویژگی‌های ارتعاشی تیرهای نانوکامپوزیت تحت بار دینامیکی پرداختند. این تحقیق از دو تئوری اصلی برای محاسبات دینامیکی تیرها استفاده نموده است؛ تئوری تیر تیموشنکو و تئوری تیر اوپلر-رنولی. علاوه بر این، برای حل معادلات حرکت تیرها از روش المان محدود بهره‌گیری شده است.

اسدی و وانگ [۱۶] به مطالعه ارتعاشات آزاد تیرهای کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند. در این تحقیق، از معادلات مبتنی بر اصل همپلتون و تئوری مرتبه اول برشی استفاده شد. نتایج به دست آمده نشان داد که عواملی چون کسر حجمی نانولوله، نسبت طول به ضخامت، توزیع نانولوله‌های کربنی و عدد ماخ در مرزهای پایداری تأثیر زیادی بر فشار آیرودینامیکی بار بحرانی ناشی از کمانش دارند و آن را افزایش می‌دهد. در مطالعه دیگری، معبودی و همکاران [۱۷] معادلات حاکم تیر کامپوزیتی تقویت‌شده با نانو لوله کربنی با اصل همپلتون محاسبه کردند. در این مقاله در نهایت با روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته فرکانس طبیعی سیستم و فشار فلاتر محاسبه شده است.

باتوجه به مرور کارهای گذشته، نوآوری تحقیق حاضر، مطالعه پدیده فلاتر با در نظر گرفتن دو اثر تقویت‌کننده پلاکت‌های گرافن در تیر (با توزیع‌های مختلف در راستای ضخامت) و جرم متصله به تیر به صورت همزمان است. این تحقیق پارامترهای مختلف و اثرگذار بر فرکانس ارتعاشات سازه و پدیده فلاتر را مورد بررسی قرار داده است. این مقاله می‌تواند به توسعه شناخت از رفتار سازه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های گرافن و جرم متصله در شرایط تکیه‌گاهی مختلف کمک کند و اطلاعات مفیدی برای طراحی بهینه‌تر و بهبود عملکرد این سازه‌ها ارائه دهد.

۲- معادلات حاکم

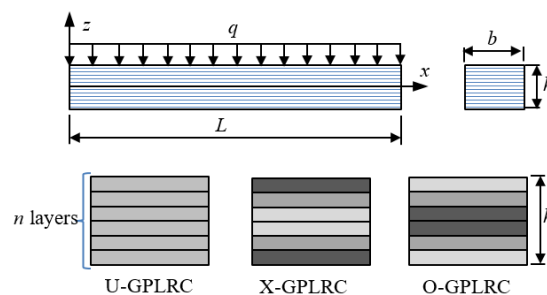
شکل ۱ نمایی از هندسه تیر با جرم افزوده را نشان می‌دهد. این تیر ابعاد L و b را دارد و ضخامت یکنواخت h دارد. جرم متصله به تیر با اندازه هندسی C و d مشخص شده است و موقعیت تکیه‌گاه تا مرکز آن با x_m نمایش داده شده است. هوای مافوق صوت در راستای محور X جریان دارد.



شکل ۱. هندسه تیر با جرم متصله

۲-۱ خواص مکانیکی مواد

در این مسئله، تیرهای کامپوزیتی شامل n لایه پلاکت‌های گرافن هستند. هر لایه از این تیر شامل یک ماتریس پلیمری تقویت‌شده توسط پلاکت‌های گرافن با ضخامت ثابت $h_1 = h/n$ و کسر وزنی متمایز ($Wg\%$) می‌باشد. در راستای ضخامت تیر، توزیع لایه‌های گرافن ممکن است به صورت یکنواخت یا به صورت مدرج تابعی باشد. در این تحقیق، ما الگوهای مختلفی از توزیع پلاکت‌های گرافن در نظر گرفته‌ایم که در شکل ۲ نشان داده شده است. توزیع X-GPLRC، لایه‌های بالا و پایین تیر دارای بیشترین کسر جرمی بوده و توزیع این پارامتر با حرکت به سمت سطح میانی تیر به صورت خطی کاهش می‌یابد. علاوه بر این، کسر وزنی توزیع پلاکت‌های گرافن در تیرهای O-GPLRC به صورت خطی از صفحات بیرونی به سمت صفحه میانی افزایش می‌یابد. این بدان معناست که حداکثر مقدار کسر وزنی در سطح و لایه میانی مشاهده می‌شود و حداقل توزیع این پارامتر در لایه‌های خارجی است.



شکل ۲. ساختار شماتیک تیر کامپوزیتی تقویت‌شده با سه الگوی مختلف توزیع پلاکت گرافن

کسر حجمی پلاکت گرافن برای لایه k ام مشابه با پژوهش وانگ و فنگ [۱۸]، برای سه الگوی توزیع تعریف شده است. به دلیل تأثیر عمده هندسه و ابعاد پرکننده‌های جامد بر خواص کامپوزیت‌های پلیمری [۲۰ و ۱۹]، برای محاسبه مدول موثر یانگ در کامپوزیت‌های تقویت‌شده با نانو پلاکت‌های گرافن، از مدل میکرومکانیک اصلاح‌شده هالپین-تسای [۲۱] بهره‌برده شده است. نتایج تجربی توسط شکریه و همکاران برای اعتبارسنجی این مدل اصلاح‌شده هالپین-تسای در مورد ذرات پلاکت‌های گرافن با توزیع تصادفی

بررسی و تأیید شده‌اند [۲۲]. در نهایت مدول یانگ (E) موثر در لایه k از کامپوزیت مطرح شده در این پژوهش به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$E^{(k)} = \frac{3}{8} \frac{1 + \xi_L \eta_L V_g^{(k)}}{1 - \eta_L V_g^{(k)}} E_m + \frac{5}{8} \frac{1 + \xi_T \eta_T V_g^{(k)}}{1 - \eta_T V_g^{(k)}} E_m \quad (1)$$

علاوه بر این، طبق قاعده اختلاط، نسبت پواسون (ν) لایه k ام تیر کامپوزیت تعریف شده به صورت رابطه (۲) مطرح می‌شود.

$$\nu^{(k)} = \nu_m (1 - V_g^{(k)}) + \nu_g V_g^{(k)} \quad (2)$$

۲-۲ مدل‌سازی سازه و فشار سیال

در این بخش، تئوری مرتبه اول برشی برای تیر مدرج تابعی اعمال شده است. بر اساس تئوری مرتبه اول برشی، روابط کرنش - جابجایی بدست می‌آید. با توجه به مدل ساختاری تنش-کرنش الاستیک خطی، تنش‌های درون لایه k ام تیر تعریف می‌شود. برای دستیابی به معادلات حاکم مدنظر، از اصل مینیمم انرژی پتانسیل استفاده می‌شود که در آن Π انرژی پتانسیل، U انرژی کرنشی و S کار انجام شده توسط نیروهای خارجی است.

$$\delta \Pi = \delta(U - S - K) = 0 \quad (3)$$

$$U = \frac{b}{2} \int_0^L \left(\sum_{k=1}^n \int_{\frac{h}{2}-k\Delta h}^{\frac{h}{2}-(k-1)\Delta h} (\sigma_{xx}^k \varepsilon_{xx} + k_s \tau_{xz}^k \gamma_{xz}) dz \right) dx \quad (4)$$

پارامتر عرض تیر و ضریب تصحیح برشی به ترتیب با b و k_s نمایش داده شده‌اند که در این معادلات مقادیر ضریب تصحیح برشی برابر با $\frac{5}{6}$ فرض می‌شود. کار انجام شده توسط نیروهای خارجی $q(x)$ ، برابر است با:

$$S = b \int_0^L q(x) w_0(x) dx \quad (5)$$

انرژی جنبشی تیر کامپوزیتی براساس روابط انرژی به صورت زیر می‌باشد:

$$\delta K = \int_0^L \left(\sum_{k=1}^n \int_{\frac{h}{2}-k\Delta h}^{\frac{h}{2}-(k-1)\Delta h} \rho [(\dot{u}_0 + z\dot{\phi})(\delta\dot{u}_0 + z\delta\dot{\phi}) + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0] dz \right) dx \quad (6)$$

با جایگزینی U ، S و K در معادله (۳) و با یکپارچه سازی معادله بدست آمده، معادله حاکم و شرایط مرزی تیر کامپوزیتی تقویت‌شده با نانو پلاکت‌های گرافن بدست می‌آید. در نهایت A_0 ، A_1 ، A_2 و B_0 پارمترهای سفتی هستند که به شرح معادله (۷) محاسبه می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ B_0 \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{\frac{h}{2}-k\Delta h}^{\frac{h}{2}-(k-1)\Delta h} \frac{E^{(k)}}{1 - (\nu^{(k)})^2} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \\ \frac{1 - \nu^{(k)}}{2} \end{Bmatrix} dz \quad (7)$$

Δp فشار آیرودینامیک است [۲۳، ۲۴] که با تئوری پیستون مرتبه اول در جریان خطی به دست آمده است و مطابق معادله (۸) ارائه می‌شود.

$$\Delta p = -\lambda_{\infty} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{U_{\infty}} \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (۸)$$

که در آن:

$$\lambda_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty}^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (۹)$$

لازم به ذکر است که جهت جریان در راستای محور X بوده که در شکل ۱ نیز نشان داده شده است.

۳-۲ حل معادلات

برای تحلیل مساله فلاتر، روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته استفاده شده است. برای تعیین این ضرایب وزنی از چند جمله‌ای‌های درونیاب لاگرانژ استفاده می‌شود. با اعمال اصل همیلتون، معادله خطی ارتعاشات سازه به صورت معادله (۱۰) استخراج می‌شود:

$$\{[K] + [C]w + [M]w^2\} = \begin{bmatrix} u_{0m} \\ w_{0m} \\ \emptyset_{0m} \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

که در معادله (۱۰)، K ماتریس سفتی، C ماتریس دمپینگ و M ماتریس جرمی است.

فلاتر برای سازه زمانی اتفاق می‌افتد که دو مود فرکانسی در یک فشار آیرودینامیکی مشخص به هم می‌رسند که به این فشار، فشار فلاتر گفته می‌شود. لازم به ذکر است که در این پژوهش، فشار بی‌بعد آیرودینامیک با رابطه $\lambda = \frac{\lambda_{\infty} L^3}{Emh^3}$ محاسبه می‌شود. برای این منظور یک برنامه عددی در نرم افزار متلب آماده شده است که خروجی آن فرکانس‌های طبیعی و فشارهای بحرانی فلاتر تیر است.

۳- نتایج و بحث

۳-۱ صحت سنجی

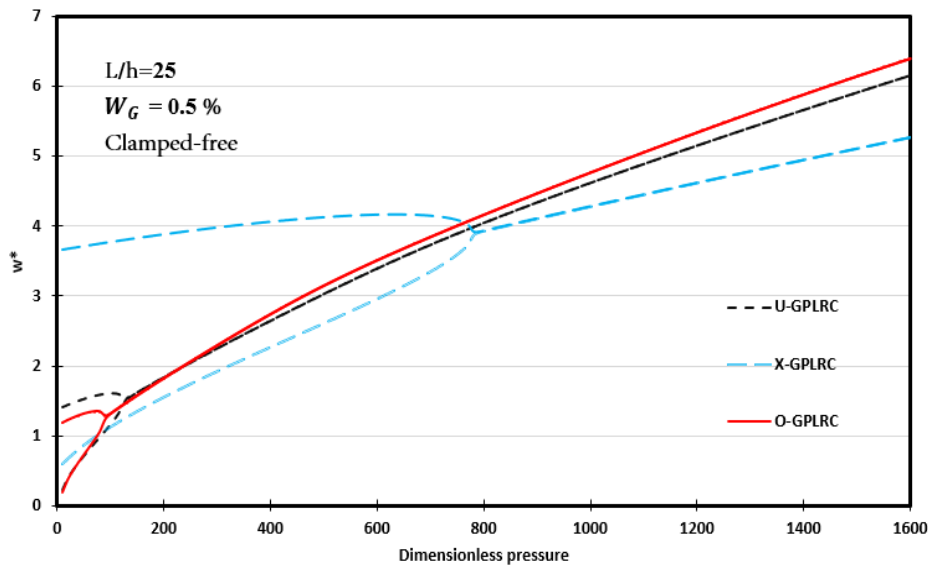
در این بخش، به منظور صحت سنجی و ارزیابی روش حل، نتایج با مطالعات پیشین مقایسه می‌شود. خواص مکانیکی تیر کامپوزیتی مشابه مرجع [۱۶] در نظر گرفته شده است. در جدول ۱، مقایسه نتایج فشار بحرانی فلاتر در مقایسه با نتایج اسدی و وانگ [۱۶]، برای توزیع یکنواخت و $M=2$, $L/h=50$ (بدون جرم متصله) ارائه شده است.

جدول ۱. مقایسه نتایج فشار بحرانی جریان آزاد تیر نانو لوله کربنی با توزیع یکنواخت

شرایط مرزی	S-S	C-S	C-C
روش حاضر	۶/۶۴۹۷	۸/۵۱۱۸	۱۰/۲۴۰۷
اسدی و وانگ [۱۶]	۶/۷۱۴۰	۸/۶۱۴۵	۱۰/۲۹۸۵

۳-۲ مطالعه تاثیر پارامترهای مختلف

در این بخش به بررسی تاثیرات توزیع پلاکت‌های گرافن، شرایط مرزی و کسر وزنی مختلف پرداخته شده است. در گام نخست به بررسی تاثیر الگوهای مختلف توزیع بر مرز فلاتر و مقایسه نتایج این الگوها در غالب یک نمودار پرداخته شده است. در شکل ۳، تغییرات فرکانس ویژه بر حسب فشار بی بعد آیرودینامیکی برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن با سه الگوی مختلف توزیع در راستای ضخامت در نمودار زیر مقایسه شده اند (U-GPLRC, X-GPLRC, O-GPLRC). برای تیر با تکیه‌گاه یکسر گیردار در نظر گرفته شده است. جرم افزوده در مرکز تیر با $L/h=25$ و $W_G = 0.5\%$ فرض شده است.



شکل ۳. مقایسه تغییرات فرکانس ویژه برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن با سه الگوی مختلف توزیع، در راستای ضخامت برحسب فشار بی بعد آیرودینامیکی برای حالت تکیه‌گاهی یکسردگیر ($L/h=25$ و $W_G = 0.5\%$)

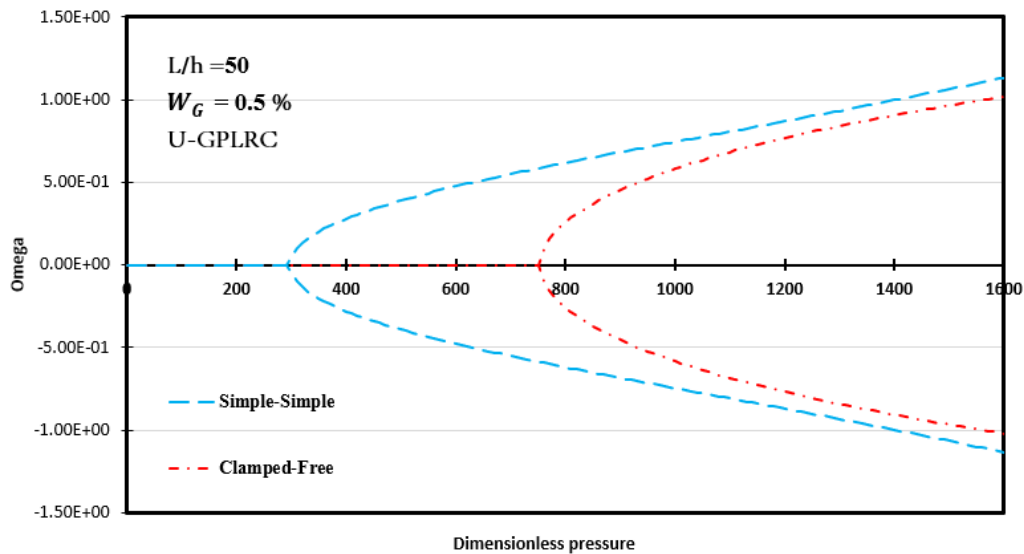
نمودار شکل ۳ نشان می‌دهد که مود اول و دوم ارتعاشی تیر در یک نقطه خاص به هم می‌رسند که این نقطه شروع فلاتر برای سازه خواهد بود. همانطور در شکل مشخص است فلاتر در توزیع X-GPLRC در فشار بی بعد آیرودینامیکی و فرکانس ویژه بسیار بالاتری نسبت به دو توزیع دیگر رخ می‌دهد.

در گام دوم، تاثیر کسر وزنی W_G بر پدیده فلاتر و مقایسه نتایج این اثر در غالب یک جدول پرداخته شده است. جدول ۲، تغییرات فرکانس ویژه تیر کامپوزیتی تقویت با پلاکت‌های گرافن با توزیع یکنواخت را برحسب فشار بی بعد آیرودینامیکی با جرم متصله برای W_G مختلف نشان می‌دهد. این جدول مشخص می‌کند که با افزایش W_G ، فلاتر در فشار بیشتری رخ می‌دهد.

جدول ۲. تغییرات فرکانس ویژه تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن با توزیع یکنواخت و جرم متصله برحسب فشار بی بعد آیرودینامیکی برای W_G های مختلف ($L/h=50$ و شرایط تکیه‌گاهی یکسردگیر)

W_G	0.1%	0.2%	0.3%	0.4%	0.5%	0.6%	0.7%	0.8%	0.9%
w^* فرکانس ویژه	0.859	0.991	1.143	1.333	1.537	1.809	2.183	2.783	3.999
P فشار بی بعد	100	130	170	230	300	410	590	950	1940

در گام سوم، تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر پدیده فلاتر و مقایسه نتایج این اثر در غالب یک نمودار پرداخته شده است. در شکل ۴، تغییرات نسبت میرایی برحسب افزایش فشار بی بعد آیرودینامیک برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن با شرایط تکیه‌گاهی متفاوت، در نمودار مقایسه شده‌اند (یکسردار و دوسراده). توزیع پلاکت‌های گرافن در راستای ضخامت به صورت یکنواخت فرض شده است و جرم افزوده در مرکز تیر با $L/h=50$ و $W_G = 0.5\%$ فرض شده است. هنگامی که دو مود ارتعاشی اول از هم دور شوند فلاتر اتفاق می‌افتد.



شکل ۴. نمایش مرز فلاتر و مقایسه تغییرات نسبت میرایی برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن با شرایط تکیه‌گاهی مختلف، با توزیع یکنواخت در راستای ضخامت برحسب فشار بی بعد آیرودینامیکی ($W_G = 0.5\%$ و $L/h = 50$)

همانطور که در شکل ۴ مشخص است، فلاتر در شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده نسبت به حالت یکسرگیردار در فشار بی بعد آیرودینامیکی و فرکانس ویژه بالاتری رخ می‌دهد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، فلاتر تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن دارای جرم متصله، با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی، بررسی شده است. همچنین جهت تخمین فشار آیرودینامیکی از تئوری مرتبه اول پیستون استفاده گردیده است. معادلات حاکم بر ارتعاشات این سیستم دینامیکی بر اساس اصل همیلتون استخراج شده است و سپس با حل معادلات به کمک روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته در نهایت فرکانس طبیعی سیستم دینامیکی و فشار آیرودینامیکی وقوع پدیده فلاتر بدست آمده است. شرایط مرزی مختلف و اثرات توزیع پلاکت‌های گرافن بر رفتار پدیده فلاتر و اثرات ناپایداری سازه بررسی شده است. نتایج زیر حاصل شده است:

- پدیده فلاتر برای تیر کامپوزیتی برای هر شرایط تکیه‌گاهی با توزیع X-GPLRC نسبت به توزیع U-GPLRC و همچنین توزیع U-GPLRC نسبت به توزیع O-GPLRC مطلوب‌تر می‌باشد.
- با ترسیم تغییرات فرکانس ویژه تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن با توزیع یکنواخت برحسب فشار بی بعد آیرودینامیکی با جرم متصله برای کسر وزنی توزیع پلاکت‌های گرافن (W_G) مختلف، مشخص شد که با افزایش W_G فلاتر دیرتر رخ می‌دهد.
- برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با پلاکت‌های گرافن و جرم متصله با توزیع یکنواخت و شرایط تکیه‌گاهی یکسر گیردار در مقایسه با تیر با شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده، فلاتر زودتر رخ داده است.

مراجع

1. Hosseini Kordkheili, S.A. and Moshrefzadeh-Sani, H., "Mechanical properties of double-layered graphene sheets", *Computational Materials Science*, Vol. 69, pp. 335-343, (2013).
2. Balandin, A.A., "Thermal properties of graphene and nanostructured carbon materials", *Nature Materials*, Vol. 10, No. 8, pp. 569-581, (2011).

3. Murugan, A.V., Muraliganth, T. and Manthiram, A., "Rapid, facile microwave-solvothermal synthesis of graphene nanosheets and their polyaniline nanocomposites for energy storage", *Chemistry of Materials*, Vol. 21, No. 21, pp. 5004-5006, (2009).
4. Kuila, T., Bose, S., Khanra, P., Mishra, A.K., Kim, N.H. and Lee, J.H., "Recent advances in graphene-based biosensors", *Biosensors and Bioelectronics*, Vol. 26, No. 12, pp. 4637-4648, (2011).
5. Kuilla, T., Bhadra, S., Yao, D., Kim, N.H., Bose, S. and Lee, J.H., "Recent advances in graphene based polymer composites", *Progress in Polymer Science*, Vol. 35, No. 11, pp. 1350-1375, (2010).
6. Schwierz, F., "Graphene transistors", *Nature Nanotechnology*, Vol. 5, No. 7, pp. 487-496, (2010).
7. Rafiee, M.A., Rafiee, J., Wang, Z., Song, H., Yu, Z.Z. and Koratkar, N., "Enhanced mechanical properties of nanocomposites at low graphene content", *ACS Nano*, Vol. 3, No. 12, pp. 3884-3890, (2009).
8. Feng, C., Kitpornchai, S. and Yang, J., "Nonlinear bending of polymer nanocomposite beams reinforced with non-uniformly distributed graphene platelets (GPLs)", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 110, pp. 132-140, (2017).
9. Barati, M.R. and Zenkour, A.M., "Analysis of postbuckling of graded porous GPL-reinforced beams with geometrical imperfection", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 26, No. 6, pp. 503-511, (2019).
10. Arefi, M., Bidgoli, E.M.R., Dimitri, R., Baccocchi, M. and Tornabene, F., "Nonlocal bending analysis of curved nanobeams reinforced by graphene nanoplatelets", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 166, pp. 1-12, (2019).
11. King, J.A., Klimek, D.R., Miskioglu, I. and Odegard, G.M., "Mechanical properties of graphene nanoplatelet/epoxy composites", *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 128, pp. 4217-4223, (2013).
12. Liang, J., Wang, Y., Huang, Y., Ma, Y., Liu, Z. and Cai, J., "Electromagnetic interference shielding of graphene/epoxy composites", *Carbon*, Vol. 47, pp.
13. Shokrollahi, H., Beigpour, R. Nonlinear bending of composite beams reinforced with graphene platelets using harmonic differential quadrature method. *Applied and computational sciences in mechanics*, , ۲۰۲۳; 33(2): 23-40.
14. S. B. Mousavi, and A. A. Yazdi, "Flutter of delaminated three-phase nano-composite beam-plates," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, vol. 27, pp. 561-568, 2020.
15. M. H. Yas, and M. Heshmati, "Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube under the action of moving load," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, pp. 1371-1394, 2012.
16. H. Asadi, and Q. Wang, "An investigation on the aeroelastic flutter characteristics of FGCNTRC beams in the supersonic flow," *Composites Part B: Engineering*, vol. 116, pp. 486-499, 2017.
17. Maboodi, R., Shokrollahi, H., & Esmaili, M. (2023b). Flutter analysis of a CNT-reinforced composite beam carrying an attached mass in the supersonic flow. *Technology in Aerospace Engineering*, 7(1) 59–69.
18. Wang, Y., Feng, C., Santiuste, C., et al., "Buckling and postbuckling of dielectric composite beam reinforced with graphene platelets (GPLs)", *Aerospace Science Technology*, Vol. 91, pp. 208-218, (2019).
19. Choi, J., Shin, H., Yang, S. and Cho, M., "The influence of nanoparticle size on the mechanical properties of polymer nanocomposites and the associated interphase region: a multiscale approach", *Composite Structures*, Vol. 119, pp. 365-376, (2015).
20. Aluko, O., Gowtham, S. and Odegard, G.M., "The development of multiscale models for predicting the mechanical response of GNP reinforced composite plate", *Composite Structures*, Vol. 206, pp. 526-534, (2018).
21. Shokrieh, M.M., Ghoreishi, S.M. and Esmkhani, M., "Toughening mechanisms of nanoparticle-reinforced polymers. In: Toughening mechanisms in composite materials", *Woodhead Publishing*, pp. 295-320, (2015).

22. Shokrieh, M.M., Esmkhani, M., Shahverdi, H.R. and Vahedi, F., "Effect of graphene nanosheets (GNS) and graphite nanoplatelets (GNP) on the mechanical properties of epoxy nanocomposites", *Science of Advanced Materials*, Vol. 5, pp. 260-266, (2013).
23. A. Sankar, S. Natarajan, T. Ben Zineb, and M. Ganapathi, "Investigation of supersonic flutter of thick doubly curved sandwich panels with CNT reinforced facesheets using higher-order structural theory," *Composite Structures*, vol. 127, pp. 340-355, 2015.
24. Z. G. Song, F. M. Li, E. Carrera, and P. Hagedorn, "A new method of smart and optimal flutter control for composite laminated panels in supersonic airflow under thermal effects," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 414, pp. 218-232, 2018.