

## بررسی تاثیر هندسه سلول واحد بر عملکرد لنزهای آکوستیک بر پایه کریستال فونونیک

امیرحسین یکتامژدهی<sup>۱</sup>، مریم مهنما<sup>\*</sup>

<sup>۱</sup>ایران، تهران، امیرآباد، دانشکده فنی دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی مکانیک، ۱۴۳۹۹۵۷۱۳۱، دانشجوی کارشناسی ارشد

ایران، تهران، امیرآباد، دانشکده فنی دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی مکانیک، ۱۴۳۹۹۵۷۱۳۱، استادیار

پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [m.mahnama@ut.ac.ir](mailto:m.mahnama@ut.ac.ir)

### چکیده

لنزهای آکوستیک متشکل از فرامواد، قابلیت استفاده به طور گسترده در زمینه‌های مختلف صنعتی از جمله تصویربرداری در حوزه پزشکی، روش‌های شناسایی ترک غیرمخرب، کاربرد راداری و تصویربرداری زیر آب را دارند. از این لنزها به منظور متمرکز و همگرا سازی امواج آکوستیک استفاده می‌شود؛ بنابراین مقدار حداکثر شدت صوت در محل متمرکزسازی و موقعیت این نقطه اهمیت بسزایی در سنجش عملکرد لنز دارد. لنزهای فونونیک متشکل از سلولهای واحدی هستند که شکل هندسی سلول واحد تاثیر زیادی در عملکرد آن دارد. در این مقاله، با بررسی چند طرح مختلف برای هندسه سلول واحد، پارامترهای عملکردی لنز ساخته شده از آن، یعنی مقدار حداکثر شدت و محل کانون در فرکانس‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفت. هندسه‌های پیشنهادی با یک نمونه از طراحی‌های پر استناد پیشین یعنی سلول صلیبی مورد مقایسه قرار گرفت تا حالتی بهتر جایگزین هندسه پیشین شود.

**کلمات کلیدی:** لنز آکوستیک؛ کریستال فونونیک؛ فرامواد؛ سلول واحد.

### ۱- مقدمه

کریستال‌های فونونیک یکی از فرامواد آکوستیک هستند که ساختار آنها تشکیل شده از تعدادی سلول واحد با هندسه یکسان یا متغیر است. این سلول‌ها به صورت تکرار شونده در کنار یکدیگر چیده شده‌اند [1]. نوع هندسه و نوع چیدمان این سلول‌ها در کریستال تعیین کننده عملکرد لنز خواهد بود. امواج آکوستیک پس از گذر از لنز، در پشت آن، در یک نقطه متمرکز می‌شوند. به این نقطه، کانون لنز گفته می‌شود. در واقع لنز آکوستیک سبب تجمیع انرژی آکوستیک تولید شده توسط منبع آکوستیک می‌شود و در نتیجه در جایی در جلوی لنز، انرژی امواج متمرکز می‌گردد. لنزهای آکوستیک به طور کلی در سه حوزه مورد استفاده قرار می‌گیرند: شناسایی

ترک به روش آزمون غیرمخرب<sup>۱</sup> (NDT)، تصویربرداری آکوستیک در حوزه پزشکی و کاربردهای شناسایی، راداری و تصویربرداری زیر آب.

کریستال‌های فونونیک در دو دسته کریستال‌هایی با نرخ شکست منفی و کریستال‌هایی با نرخ شکست مثبت و متغیر طبقه بندی می‌شوند. نقطه ضعف اصلی در کریستال‌های با نرخ شکست منفی، حساس بودن آنها به فرکانس است. این لنزها در محدوده بسیار کوچکی از فرکانس دارای عملکرد مطلوب هستند؛ در صورتی که لنزهای با نرخ شکست مثبت متغیر دارای محدوده فرکانسی بزرگترند که این موضوع برتری کریستال‌های نرخ مثبت را نسبت به کریستال‌های نرخ منفی ثابت می‌کند [1],[4],[5],[6],[7]. در میان کریستال‌های فونونیک، کریستال‌های با نرخ شکست مثبت و متغیر محبوبیت بیشتری داشته و پژوهش‌های زیادی در ارتباط با آنها انجام شده است. لنز آکوستیک با سلول‌های واحد استوانه‌ای از جمله اولین طرح‌های ارائه شده برای کریستال‌های فونونیک بود [8]. برای طراحی این لنزها با سلول‌های واحد استوانه‌ای، یک بار از استوانه‌هایی با قطرهای مختلف اما از یک جنس و بار دیگر از استوانه‌هایی با قطر یکسان اما جنسهای متفاوت استفاده شد [5],[9]. در طرحی دیگر، از پره‌های برنجی استفاده شده است [10]. استفاده از طرح‌های سه‌بعدی به شکل کره نیز از دیگر طرح‌های ارائه شده است [2]. در پژوهشی دیگر، لنز متشکل از سلول‌هایی به شکل صلیب ارائه شد [3]. با توجه به عملکرد مطلوب لنز با سلول صلیبی، کار جهت بهینه‌سازی بیشتر این نوع هندسه ادامه پیدا کرد. لنزهای آکوستیک با سلول واحد به شکل 3 و 6 ضلعی از جمله طرح‌های ارائه شده هستند که به دنبال لنزهای با سلول صلیبی معرفی شدند [11],[12].

در این مقاله، به تاثیر هندسه لنز در عملکرد آن پرداخته می‌شود. به همین منظور، در لنزی که متشکل از سلول‌های صلیبی است، هندسه لنز تغییر داده شده و 6 هندسه مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. این بررسی در بازه فرکانسی 1 تا 30 کیلوهرتز انجام شد و نمودار وابستگی حداکثر شدت و محل وقوع آن به فرکانس برای هر هندسه به صورت جداگانه استخراج گردیده است. هندسه‌های بررسی شده شامل دایره، مربع، لوزی، مستطیل با طول افقی، مستطیل با طول عمودی و شش ضلعی هستند. برای انجام این کار، از نرم‌افزار اجزای محدود کامسول (COMSOL Multiphysics 6.0) جهت انجام تحلیل آکوستیک استفاده شده است.

## ۲- ارائه مدل‌های فیزیکی و ریاضی، ارائه مشخصات کلی مسئله

شبیه‌سازی اجزاء محدود جهت مدلسازی رفتار این فراماده با استفاده از دو حلگر حوزه فرکانس<sup>۲</sup> و حلگر مکانیک جامدات<sup>۳</sup> در نرم افزار کامسول و به صورت دوبعدی انجام شده است. برای انجام شبیه‌سازی نیاز به تعریف هندسه، تعریف شرایط مرزی مناسب و تخصیص ماده به لنز و محیط اطراف لنز است. به منظور امکان مقایسه بهتر، ابعاد هندسه اولیه مطابق با هندسه استفاده شده در تحلیل لنز با سلول صلیبی<sup>۱</sup> در نظر گرفته شده است. محدوده محاسباتی که در شکل (1-a) نشان داده شده است، یک مستطیل به ابعاد ۱۶۰۰ میلی‌متر در ۶۰۰ میلی‌متر می‌باشد که در برگزیده تعداد ۲۷۰ سلول واحد با هندسه مورد نظر بوده و در محیطی حاوی سیال آب قرار داده شده است. هندسه لنز در فاصله ۲۰۰ میلی‌متری از لبه سمت چپ سلول شبیه‌سازی چیده شده است. ماده استفاده شده در تحلیل از دو نوع است. با توجه به اینکه این لنز برای کاربردهای زیرآبی طراحی می‌شود، ماده اختصاص یافته به زمینه آب است و برای سلولها نیز پلاستیک پرینتی<sup>۴</sup> (PLA) در نظر گرفته شده است (شکل (1-c)). سلول واحد نشان داده شده در شکل (1-b) از دو بخش تشکیل شده است: 1- هندسه سلول که همان بخش فیزیکی و پرینت شده سلول واحد است و 2- محدوده دربرگیرنده سلول که در واقع فضای حاوی آب است و با توجه به هندسه سلول اصلی، محدوده‌ای مربعی و یا شش ضلعی را شامل می‌شود. ابعاد این محدوده برابر با ثابت کریستال لنز است. وقتی سلولهای واحد در کنار هم قرار می‌گیرند، فاصله آنها برابر با ثابت کریستال کل لنز می‌شود. در مرز بین سلولها و زمینه، برهمکنش از نوع جامد آکوستیک تعریف شده است.

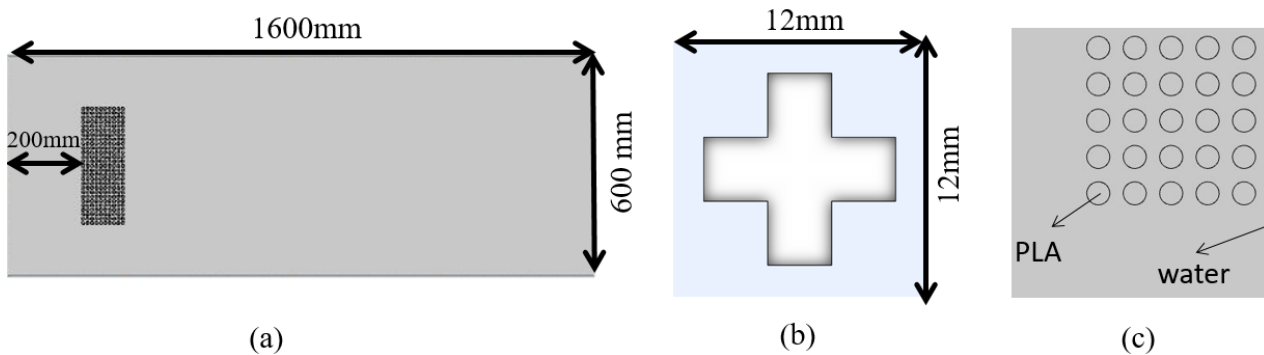
<sup>۱</sup> Non-destructive testing

<sup>۲</sup> Frequency Domain Solver

<sup>۳</sup> Solid Mechanics Solver

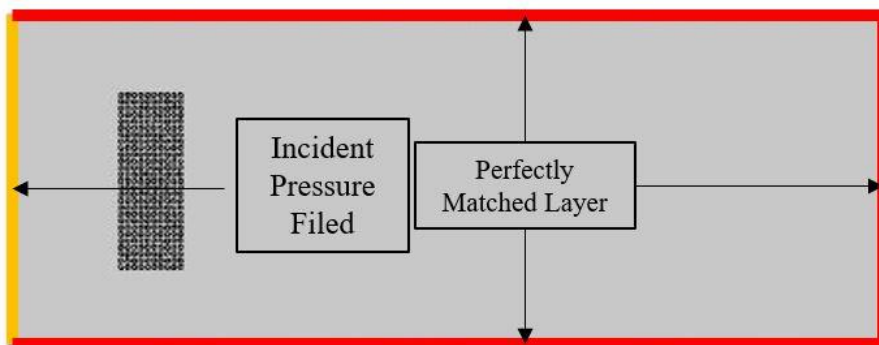
<sup>۴</sup> Polylactic acid

هندسه‌ای که به عنوان هندسه لنز برای تحلیل استفاده شده است، یک مستطیل به ابعاد 120 در 324 میلی‌متر است. در این محدوده سلولهای واحد در 27 ردیف و 10 ستون در کنار یکدیگر چیده شده‌اند. باتوجه به ابعاد سلول واحد، ثابت کریستال (فاصله تکرار شونده) برابر 12 میلی‌متر است.



شکل ۱. (a) ابعاد محدوده محاسباتی - (b) سلول واحد - (c) ماده اختصاص داده شده به هر بخش

پس از تخصیص ماده به بخشهای مختلف هندسه، شرط مرزی مناسب باید اعمال گردد. مطابق شکل (2)، دو نوع شرط مرزی به هندسه اعمال می‌گردد. در لبه سمت چپ، میدان فشار برخورد<sup>۵</sup> (IPF) به عنوان منبع صوت اعمال می‌گردد و در لبه‌های بالا، پایین و راست، شرط مرزی لایه کاملاً منطبق<sup>۶</sup> (PML) به عنوان جاذب امواج اعمال می‌شود.



شکل ۲. شرایط مرزی اعمال شده

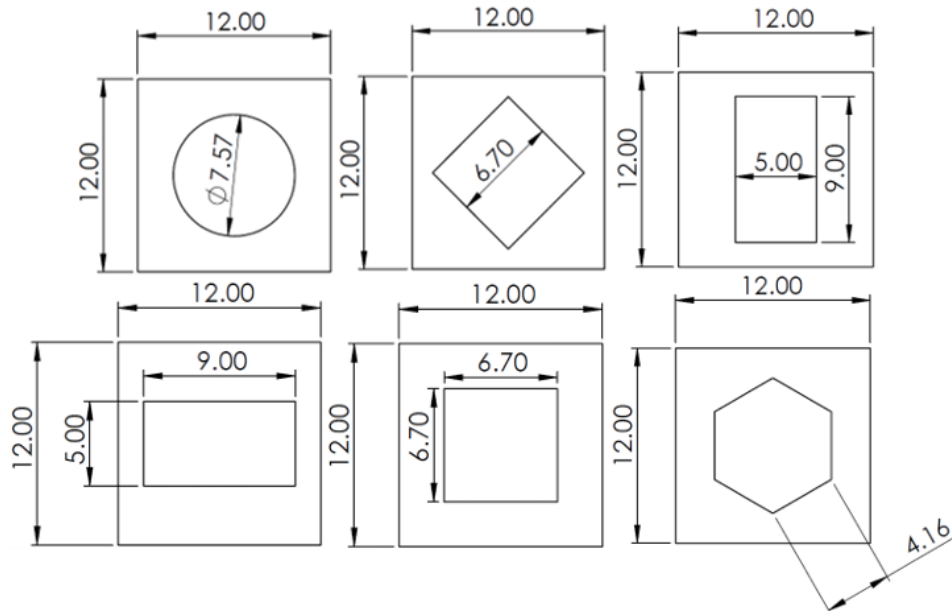
منبع موج IPF، موجی صفحه‌ای<sup>۷</sup> در راستای افق و با فرکانس متغیر 1 تا 30 کیلوهرتز تولید می‌کند. معادله موج صفحه‌ای تولیدی بصورت زیر است:

$$P_i = P_0 e^{-i(k.x)} \quad (1)$$

<sup>۵</sup> Incident pressure field  
<sup>۶</sup> Perfectly matched layer  
<sup>۷</sup> Plane wave

شرط مرزی PML که به محدوده‌های کناری وارد می‌شود برای جذب امواج و پیشگیری از بازتاب آنها به درون جعبه شبیه‌سازی اعمال می‌گردد. در واقع با استفاده از چنین شرایط مرزی می‌توان بزرگ بودن محیط انتشار موج را (که در واقعیت برقرار است) در محیط شبیه‌سازی با هزینه‌ای منطقی اعمال نمود.

برای بررسی تاثیر شکل سلول واحد در عملکرد لنز، شش حالت ساده هندسی مورد بررسی قرار گرفته است. این شش حالت عبارتند از سلول واحد با هسته دایره، مربع، لوزی، مستطیل افقی، مستطیل عمودی و شش ضلعی. نسبت پرشوندگی<sup>۸</sup> این هندسه‌ها و ابعاد محدوده سلول واحد باهم برابر بوده و برابر با مقدار این پارامترها در هندسه مرجع (صلیبی) در نظر گرفته شده است.



شکل ۳. هندسه‌های مختلف بکار رفته برای سلول واحد

پس از آماده‌سازی هندسه، اعمال شرایط مرزی، تعریف محل منبع و مش زنی، نوبت به اجرا تحلیل می‌رسد. این تحلیل به منظور بررسی عملکرد هریک از این ساختارها در بازه فرکانسی 1 تا 30 کیلوهرتز انجام گردیده است. برهمن اساس، تحلیل برای 233 فرکانس از 1 تا 30 کیلوهرتز و با گام فرکانسی 125 هرتز (0/125 کیلوهرتز) انجام گرفت.

### ۳- نتایج

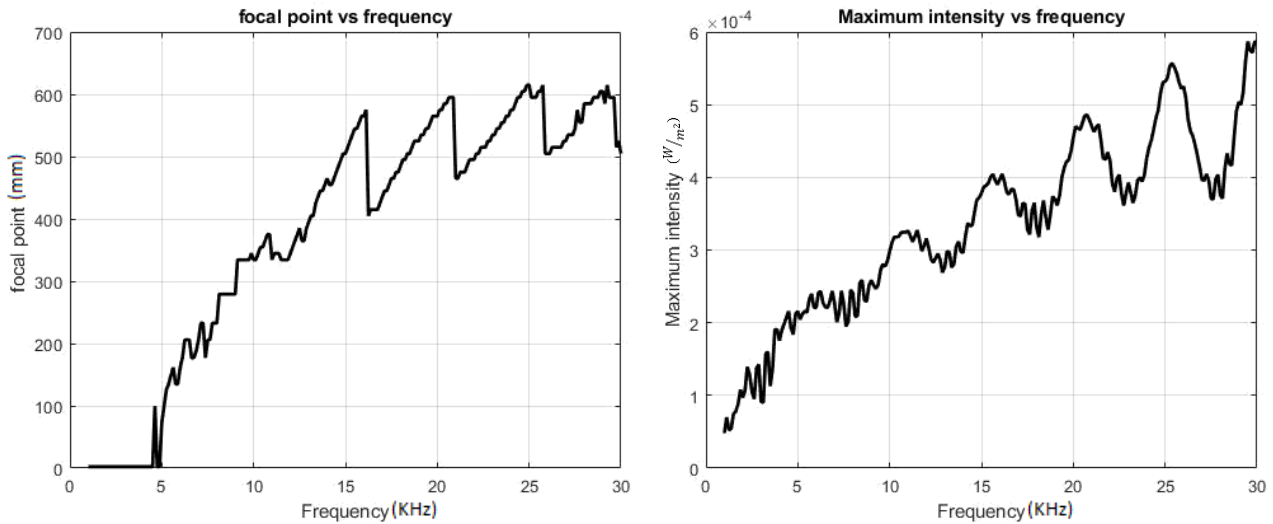
به منظور بررسی عملکرد هر لنز و مقایسه آنها باهم، دو پارامتر به عنوان پارامتر خروجی و عملکردی در نظر گرفته می‌شوند. اولین و مهمترین پارامتر، حداکثر شدت صوت ایجاد شده در جلوی لنز است. هرچه مقدار این پارامتر بیشتر باشد، عملکرد لنز مربوطه مطلوب تر است. دومین پارامتر، فاصله کانونی است. کم یا زیاد بودن فاصله کانونی به کاربرد لنز بستگی دارد. برای هر ۷ حالت، نمودار حداکثر شدت مشاهده شده و فاصله لبه لنز تا محل حداکثر شدت (کانون لنز) برحسب فرکانس ارائه شده است.

برای محاسبه نقطه کانونی لنز و گزارش آن، روی خط واصل لبه جلویی لنز تا انتهای محدوده محاسباتی، شدت صوت خوانده شده است. نقطه‌ای که حداکثر مقدار شدت مشاهده می‌شود، به عنوان کانون لنز گزارش می‌شود.

نموداری شدت صوت برحسب فرکانس و فاصله کانونی برحسب فرکانس برای لنز آکوستیک با هسته لوزی به صورت شکل (۴) است. برای این لنز، روند کلی شدت صوت بر حسب فرکانس به صورت صعودی است. با اینکه به طور کلی روند صعودی دارد، دارای

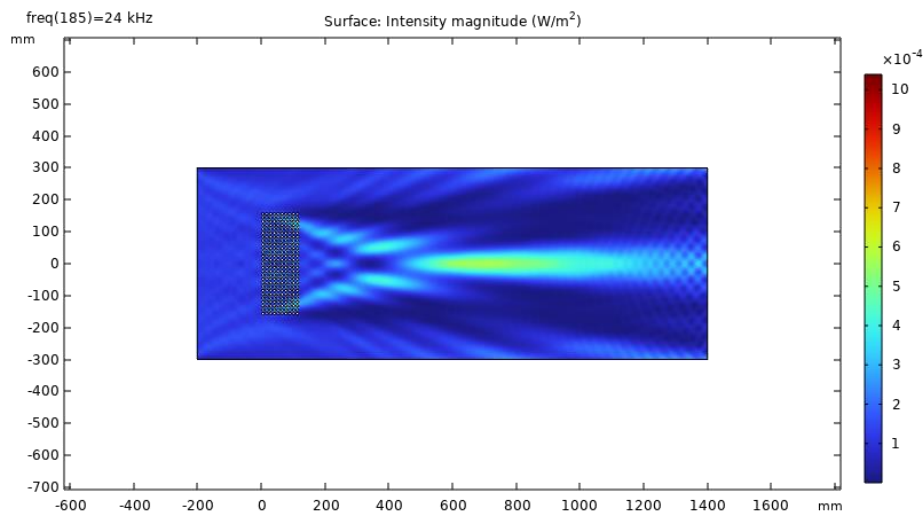
<sup>۸</sup> Filling Fraction

نوساناتی نیز می‌باشد. این نوسانات را میتوان به رابطه میان مقدار طول موج صوت در فرکانس مربوطه و ثابت کریستال لنز مربوط و تعداد لایه‌ها مربوط کرد. فاصله کانونی نیز دارای روندی مشابه است. با افزایش فرکانس، فاصله کانونی زیاد می‌شود. این افزایش تا فرکانس حدودا 16 کیلوهرتز به‌طور پیوسته دیده می‌شود. از این فرکانس به بعد، رفتار نمودار نوسانی می‌گردد و فاصله کانونی بین مقدار 400 تا 600 میلی‌متر تغییر می‌کند.



شکل ۴. نمودار وابستگی حداکثر شدت و فاصله کانونی به فرکانس در لنز با هسته لوزی

در شکل (۵)، کانتور شدت صوت برای لنز با هسته لوزی ارائه شده‌است. این کانتور نتیجه شبیه‌سازی در کامسول است. این نتیجه برای فرکانس ۲۴ کیلوهرتز، که متناظر با حداکثر شدت ایجاد شده در این لنز است، بدست آمده‌است. همگرایی و تمرکز امواج در جلوی لنز پس از عبور از آن مشهود است.



شکل ۵. کانتور شدت صوت در فرکانس ۲۴ کیلوهرتز برای لنز با هسته لوزی

برای تمام حالت‌های ارائه شده برای شکل هسته لنز، نمودارهای شدت و فاصله‌کانونی برحسب فرکانس تهیه شد. برای هر لنز، حداکثر شدت قابل دستیابی در بازه فرکانسی ذکر شده به همراه فرکانس مشاهده آن شدت، از نمودارها استخراج گردید. نتیجه ارائه شده برای هندسه پایه از شبیه‌سازی با چیدمانی مشابه با هندسه‌های دیگر بدست آمده‌است. این نتایج در جدول (۱) برای هر حالت علاوه بر حالت مرجع، ارائه شده است.

جدول ۱. نتایج حداکثر شدت و فرکانس آن برای هر حالت

هندسه	حداکثر شدت (وات بر متر مربع)	فرکانس (کیلوهرتز)
صلیبی (پایه)	$5/63 \times 10^{-4}$	27/25
دایره	$5/32 \times 10^{-4}$	26/63
شش ضلعی	$5/35 \times 10^{-4}$	26/63
مربع	$5/19 \times 10^{-4}$	27/13
لوزی	$5/86 \times 10^{-4}$	29/50
مستطیل افقی	$3/82 \times 10^{-4}$	30/00
مستطیل عمودی	$5/63 \times 10^{-4}$	21/50

باتوجه به نتایج ارائه شده در جدول (۱)، مشاهده می‌شود که لنز با هسته لوزی بهترین عملکرد را دارا می‌باشد. حداکثر شدت بدست آمده در لنز با سلول لوزی نسبت به حالت مرجع یعنی لنز هسته صلیبی، ۴ درصد بیشتر است. لنز با هسته مستطیل عمودی، دارای عملکردی مشابه با لنز حالت مرجع است. تفاوت این دو حالت در فرکانس حداکثر شدت است که در لنز با سلول مستطیل عمودی، حداکثر شدت قابل حصول در فرکانسی پایینتر از لنز با سلول صلیبی رخ می‌دهد. بقیه حالتها یعنی هسته دایره، شش ضلعی، مربع و مستطیل افقی دارای عملکردی ضعیفتر نسبت به حالت مرجع هستند. ضعیفترین عملکرد مربوط به لنز با سلول مستطیل افقی است که حداکثر شدت بدست آمده در این حالت ۳۲ درصد نسبت به حالت مرجع کمتر است. این تفاوت در عملکرد لنز در اثر استفاده از هسته‌های مختلف را می‌توان مربوط به نوع هندسه، نحوه پرشوندگی و تاثیر هندسه هسته بر جهت‌گیری امواج دانست.

پارامتری دیگری که باید برای سنجش عملکرد لنز مورد بررسی قرار گیرد، فاصله کانونی است. در جدول (۲) برای هر حالت، فاصله کانونی مربوط به حداکثر شدت خوانده شده در جدول (۱)، ارائه شده است.

جدول ۲. فاصله کانونی مربوط به حداکثر شدت خوانده شده

هندسه	فاصله کانون از لبه لنز (میلیمتر)
صلیبی (پایه)	405
دایره	685
شش ضلعی	685
مربع	705
لوزی	595
مستطیل افقی	1272
مستطیل عمودی	285

بر مبنای نتایج ارائه شده در جدول (۲) برای فاصله کانونی، می‌توان مشاهده کرد که کمترین فاصله کانونی، متعلق به لنز به هسته مستطیل عمودی است. بعد از این حالت، سلول صلیبی و سلول لوزی به ترتیب دارای کمترین مقادیر فاصله کانونی هستند. بیشترین فاصله کانونی نیز به سلول با هسته مستطیل افقی تعلق دارد که با بقیه حالتها، اختلاف چشمگیری دارد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

۶ حالت مختلف برای هندسه سلول واحد، بررسی و شبیه‌سازی شد. پس از بررسی نتایج، لنز متشکل از سلولهای واحد به شکل لوزی دارای عملکرد بهتری نسبت به حالت صلیبی داشت. حداکثر شدت بدست‌آمده در این حالت نسبت به حالت مرجع ۴ درصد بیشتر است. در ارتباط با فاصله کانونی، کمترین فاصله کانونی را لنز با سلول مستطیل عمودی دارا می‌باشد. فاصله کانونی مشاهده شده در لنز با سلول لوزی ۴۶ درصد نسبت به حالت پایه بیشتر است. از آنجایی معیار اصلی سنجش و مقایسه عملکرد لنزها، حداکثر شدت قابل دستیابی است، می‌توان به این نتیجه رسید که در این مقاله، حالتی بهینه تر و کاراتر نسبت به حالت مرجع ارائه شده است.

#### مراجع

- [1] F. Ma, Z. Huang, C. Liu, and J. H. Wu, "Acoustic focusing and imaging via phononic crystal and acoustic metamaterials," *J. Appl. Phys.*(2022)
- [2] A. Phys, C. Hu, J. Weng, Y. Ding, and B. Liang, "Experimental demonstration of a three-dimensional acoustic hyperlens for super-resolution imaging Experimental demonstration of a three-dimensional acoustic hyperlens for super-resolution imaging,(2021)
- [3] S. Huang, L. Peng, H. Sun, Q. Wang, W. Zhao, and S. Wang, "Frequency response of an underwater acoustic focusing composite lens," *Appl. Acoust.*(2020)
- [4] Y. Jin, B. Djafari-rouhani, and D. Torrent, "Review article Gradient index phononic crystals and metamaterials,(2019)
- [5] S. C. S. Lin, T. J. Huang, J. H. Sun, and T. T. Wu, "Gradient-index phononic crystals," *Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys.*(2009)
- [6] F. Yang, Z. Tan, X. Han, and C. Cho, "Results in Physics A graded negative refraction-index phononic crystals plate lens for focusing A 0 mode Lamb wave and energy harvesting," *Results Phys.*(2021)
- [7] J. J. Park *et al.*, "Acoustic superlens using membrane-based metamaterials Acoustic superlens using membrane-based metamaterials," (2015)
- [8] Y. Ruan and X. Liang, "2D phononic-crystal Luneburg lens for all-angle underwater sound localization," *Acta Acust.*(2022)
- [9] Y. Zhao, S. Subramanian, and G. Memoli, "Acoustic wave focusing by 2.5D graded index lens," *Appl. Phys.* (2021)
- [10] J. Li, L. Fok, X. Yin, G. Bartal, and X. Zhang, "Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens,(2009)
- [11] H. Sun, S. Wang, S. Huang, L. Peng, Q. Wang, and W. Zhao, "Design and characterization of an acoustic composite lens with high-intensity and directionally controllable focusing," *Sci. Rep.*(2022)
- [12] H. Sun *et al.*, "3D focusing acoustic lens optimization method using multi-factor and multi-level orthogonal test designing theory," *Appl. Acoust.* (2020)