# کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی به همراه مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده و کنترل فعال ارتعاشات فضاپیمای انعطاف‌پذیر

میلاد عظیمی[آ*]، مرضیه اقلیمی‌دژ[آ] و علیرضا علیخانی[آ]

[آ] ایران، تهران، شهرک غرب، خیابان مهستان، خیابان هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱، استادیار

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: *azimi.m@ari.ac.ir*

## چکیده

در این مقاله به طراحی دو الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی‌بر مشاهده‌گر و کنترل فعال ارتعاشات به صورت همزمان جهت پایداری وضعیت فضاپیمای انعطاف‌پذیر ناقص عملگر که در معرض اغتشاشات خارجی قرار گرفته، پرداخته شده است. دینامیک غیرخطی فضاپیما در قالب یک سیستم کاملا کوپل صلب-انعطاف‌پذیر با استفاده از رویکرد مودهای فرضی و اصل همیلتون استخراج شده است. جهت تخمین اختلاف گشتاور ناشی از خطای عملگر، یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده توسعه یافته است. سپس، یک قانون کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی مبتنی‌بر ساختار تناسبی-انتگرالی-مشتقی[1]برای تولید سیگنال‌های کنترلی با عملکرد مطلوب طراحی شده است. در نهایت، جهت کاهش ارتعاشات باقی‌مانده حین و پس از مانور، الگوریتم کنترلی فیدبک نرخ کرنش به طور همزمان با الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطا فعال‌سازی می‌شود. ویژگی اصلی رویکردهای کنترلی پیشنهادی، تضمین پایداری گلوبال سیستم حلقه بسته با استفاده از تئوری لیاپانوف است. شبیه‌سازی‌های عددی حاکی از آن است که سیستم توسعه یافته عملکرد مطلوبی در مقابل خطای عملگر، اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های دینامیکی دارد.

**کلمات کلیدی**: کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی؛ کنترل فعال ارتعاشات؛ فیدبک نرخ کرنش؛ مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده.

---

## ۱- مقدمه

امروزه سیستم‌های کنترل وضعیت نقش مهمی در ماموریت‌های فضایی به ویژه در حضور اغتشاشات خارجی، نامعینی‌ها و خرابی عملگر ایفا می‌کنند. اگرچه، اکثر رویکردهای کنترلی موجود بر فضاپیماهایی با عملگر سالم متمرکز هستند که هریک پاسخ

---

[1] PID

مناسبی به سیگنال کنترلی می‌دهند. علاوه‌بر تلاش‌های متعدد جهت افزایش قابلیت اطمینان سامانه کنترل وضعیت فضاپیماهای انعطاف‌پذیر، نامعینی‌های متعددی در عملگرهای این زیرسیستم و در طول عمر عملیاتی آن‌ها رخ می‌دهد. حضور این نامعینی‌ها ممکن است منجر به اختلال در عملکرد سیستم کنترل شود که به نوبه خود ممکن است منجر به توقف مأموریت و در نتیجه مشکلات اقتصادی و ایمنی شود. همچنین، وجود بخش‌های انعطاف‌پذیر منجر به کاهش عملکرد فضاپیماهای انعطاف‌پذیر در مقابل اغتشاشات خارجی، نامعینی‌ها و خرابی عملگر می‌شود [۱-۴]. تضمین قابلیت اطمینان و عملکرد ایمن فضاپیماهای انعطاف‌پذیر در دوره عمر عملیاتی خود، علاوه‌بر مدلسازی مناسب خرابی عملگر، نیازمند توسعه الگوریتم‌های کنترل تحمل‌پذیر خطا نیز می‌باشد [۵]. به همین علت در طول دهه‌های گذشته تکنیک‌های کنترل مختلفی از جمله کنترل تطبیقی [۶]، کنترل مود لغزشی [۷]، کنترل پیش‌بین [۸] و کنترل بهینه [۹] مورد بحث قرار گرفته است. در مقایسه با سایر رویکردهای کنترلی، کنترل مود لغزشی به دلیل سادگی، قوام بالا در مقابل اغتشاشات خارجی و حساسیت کم به تغییرات پارامترهای سیستم مورد توجه قرار گرفته است [۱۰].

شن[2]و همکاران کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی تطبیقی جهت مقابله با خطای عملگر از پیش تعیین شده‌ای برای فضاپیمای صلب پیشنهاد دادند [۱۱]. همچنین، لی[3]و همکاران جهت کنترل فضاپیمای صلب از کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی‌بر روش الگوریتم مود لغزشی ترمینال سریع غیرتکین و یک مشاهده‌گر حالت‌های سیستم استفاده نموده‌اند [۱۲].

به طور کلی کنترل تحمل‌پذیر خطا را می‌توان به دو رویکرد فعال و غیرفعال تقسیم کرد. کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال مجموعه‌ای از خرابی‌های سیستم را در نظر می‌گیرد و این در حالی است که این نوع کنترلر تنها برای خطاهای از پیش تعریف شده معتبر است. برخلاف کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال، کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال به جبران خطا به صورت آنلاین می‌پردازد و به مکانیزم تشخیص و جداسازی خطا نیازمند است. بنابراین، یک مساله کلیدی در طراحی کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال به دست آوردن اطلاعات خطاست که روش‌های متعددی از جمله فیلتر کالمن [۱۳]، مشاهده‌گر [۱۴] و فیلتر حداقل مربعات [۱۵] برای آن پیشنهاد شده است. هو[4]و همکاران از یک فیلتر کالمن دو مرحله‌ای جهت تخمین خطای عملگر و حسگر استفاده نموده‌اند [۱۶]. همچنین، جهت تشخیص و جداسازی خطا در یک سیستم کنترل وضعیت فضاپیما از یک مشاهده‌گر PID تکرار شونده استفاده شده است [۱۷]. وو و سیف[5]نیز یک مشاهده‌گر مود لغزشی جهت تشخیص خرابی عملگر توسعه دادند [۱۸].

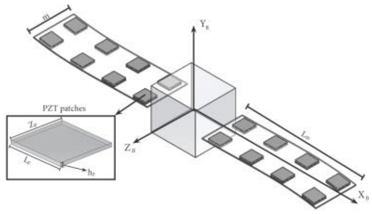
با توجه به مطالعات صورت گرفته، بطور کلی مشاهده‌گرها به دلیل سهولت در پیاده‌سازی به صورت گسترده به عنوان تخمین‌گر خطا و خرابی‌های سیستم‌های مختلف استفاده می‌شود. همچنین، مشاهده‌گرهای مبتنی بر روش‌های یادگیری توانایی بهبود تحمل‌پذیری خطا را نسبت به رویکردهای معرفی شده دارد. از جمله نکات بدیع در نظر گرفته شده در این مقاله پیشنهاد یک رویکرد کنترلی با ترکیب یک الگوریتم کنترل نامی مود لغزشی PID و یک الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای توسعه یافته با لحاظ خطای افزوده متغیر با زمان همزمان با ارائه الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات می‌باشد. همچنین، یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده شامل تابع علامت[6]جهت تخمین خطای عملگر پیشنهاد شده است.

مقاله در ادامه به این صورت سازماندهی شده است که دینامیک فضاپیمای انعطاف‌پذیر در بخش دوم مدلسازی شده است. در بخش سوم به طراحی مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده و کنترلر مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های دینامیکی پرداخته شده است. به منظور افزایش دقت و کاهش اثرات ناشی از ارتعاشات باقی‌مانده در سیستم از کنترل فعال ارتعاشات استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی در بخش چهارم و پس از آن در بخش پنجم نتیجه‌گیری ارائه شده است.

## ۲- مدلسازی ریاضی فضاپیمای انعطاف‌پذیر

شماتیک فضاپیمای انعطاف‌پذیر متشکل از یک هاب صلب و دو پنل انعطاف‌پذیر مجهز به وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک متصل به آن در شکل ۱ نمایش داده شده است.

[2] shen
[3] li
[4] Hu
[5] Wu and Saif
[6] Sign




**شکل ۱. شماتیک فضاپیما انعطاف‌پذیر**

سینماتیک و دینامیک وضعیت فضاپیمای انعطاف‌پذیر مجهز به وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک با توجه به رابطه (۱) ارائه شده است [۱۹]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_R & \mathbf{M}_{RF} \\ \mathbf{M}_{FR} & \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_R & \mathbf{C}_{RF} \\ \mathbf{C}_{FR} & \mathbf{C}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi \\ \boldsymbol{\eta}_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ -\mathbf{P}^T g\, \mathbf{A}_P^a \end{Bmatrix}. \tag{۱}$$
$$A_P^s = g\mathbf{N}^{-1}\mathbf{P}^T \boldsymbol{\eta}_P^s$$

که در آن $\mathbf{u}=\mathbf{u}_c+\mathbf{d}_e$، $\mathbf{u}_c \in \mathbf{R}^{3\times1}$ گشتاور کنترلی، $\mathbf{d}_e \in \mathbf{R}^{3\times1}$ اغتشاشات خارجی وارد بر هاب، $g$ ضریب بهره تقویتی حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک، $a$ و $s$ به‌ترتیب مبین عملگر و حسگر پیزوالکتریک، $\boldsymbol{\Phi}$ و $\boldsymbol{\eta}$ به ترتیب معرف زوایای دوران سه محوره جسم صلب و مختصات تعمیم یافته پنل‌های انعطاف‌پذیر می‌باشند. ماتریس‌های $\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$ به‌ترتیب ماتریس‌های جرمی، سختی و میرایی می‌باشند. همچنین $R$ و $F$ به‌ترتیب نشان‌دهنده بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر دینامیک فضاپیما، ترم‌های $\mathbf{P}$، $\mathbf{A}$ و $\mathbf{N}$ مشخصات پیزوالکتریک می‌باشند [۱۹]. جهت مدلسازی دینامیک خطای عملگر داریم:

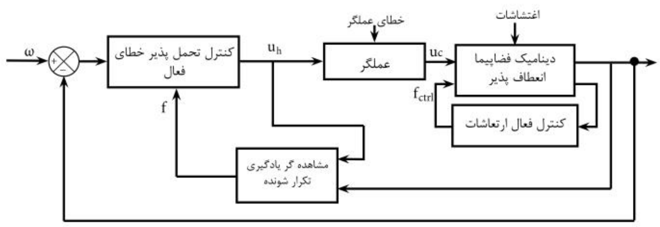
$$\mathbf{u}_c = \mathbf{E}(t)\mathbf{u}_h = \mathbf{u}_h + (\mathbf{E}(t) - \mathbf{I}_{3\times3})\mathbf{u}_h = \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_f\ . \tag{۲}$$

بطوریکه $\mathbf{E}(t) = diag\{e_1, e_2, e_3\} \in \mathbf{R}^{3\times3}$ $0 \le e_i \le 1, (i=1,2,3)$ ماتریس کاهش اثربخشی عملگرهای فضاپیما، $\mathbf{u}_h$ و $\mathbf{u}_f$ به‌ترتیب گشتاور دلخواه کنترلی و اختلاف گشتاور ناشی از خطای عملگرها است. با بازنویسی دینامیک سیستم با توجه به معادله (۲) داریم:

$$\mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_c + \mathbf{d}_e\ . \tag{۳}$$

## ۳- طراحی مشاهده‌گر و کنترلر

در ابتدای این بخش به طراحی یک کنترل تحمل‌پذیر مود لغزشی بر پایه PID به همراه یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده پرداخته شده و در انتها الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات جهت کاهش ارتعاشات به سیستم اضافه می‌شود. بلوک دیاگرام سیستم در شکل (۲) نمایش داده شده است.




**شکل ۲. بلوک دیاگرام کنترلر و مشاهده‌گر**

پیش از طراحی کنترلر فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

**فرضیه ۱:** اغتشاشات خارجی با مقدار اشباع $d_{\max}$ محدود در نظر گرفته شده است $\|\mathbf{d}_e\| \le d_{\max}$.

**فرضیه ۲:** خطای عملگر با ثابت مثبت $e_m$ محدود در نظر گرفته شده است $0 \le \max\{e_1, e_2, e_3\} \le e_m$.

**فرضیه ۳:** ماتریس $\mathbf{M}_R$ مثبت معین است.

**فرضیه ۴:** حرکت بخش‌های انعطاف‌پذیر $\|\boldsymbol{\eta}_k\|$ و مشتق آن نیز $\|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\|$ محدود در نظر گرفته شده است.

**فرضیه ۵:** اختلاف گشتاور ناشی از خطای عملگر $\mathbf{u}_f$ محدود است و رابطه $\|\mathbf{u}_f(t)-\mathbf{K}_1\mathbf{u}_f(t-\tau)\|\le k_v$ برقرار است. به طوریکه $k_v>0$ می‌باشد.

## ۳-۱ مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده

در این بخش، به طراحی مشاهده‌گر خطای عملگر پرداخته شده است. بنابراین، لازم است دینامیک طوری بازنویسی می‌شود که اختلاف گشتاور ناشی از خرابی عملگر در معادلات ظاهر شود. بدین منظور با بازنویسی معادله (۳) داریم:

$$\mathbf{M}_R\dot{\boldsymbol{\omega}}=-\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k-\mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega}-\mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{u}_h+\mathbf{u}_f+\mathbf{d}\,. \tag{۴}$$

مشاهده‌گر تخمین خطای طراحی شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{gathered}\mathbf{M}_R\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}(t)=-\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k-\mathbf{C}_R\hat{\boldsymbol{\omega}}-\mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{u}_h+\mathbf{f}(t)+\lambda_1(\boldsymbol{\omega}-\hat{\boldsymbol{\omega}})+\boldsymbol{\lambda}_2\,\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\omega}-\hat{\boldsymbol{\omega}})\\ \mathbf{f}(t)=\mathbf{K}_1\mathbf{f}(t-\tau)+\mathbf{K}_2\,\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\omega}-\hat{\boldsymbol{\omega}})\end{gathered}\,. \tag{۵}$$

به‌طوریکه $\hat{\boldsymbol{\omega}}\in\mathbf{R}^{3\times1}$ و $\mathbf{f}(t)\in\mathbf{R}^{3\times1}$ به‌ترتیب نشان‌دهنده سرعت زاویه‌ای تخمینی و اختلاف گشتاور تخمینی، $\tau$ معرف بازه زمانی به روزرسانی الگوریتم، $\lambda_1$ یک ثابت مثبت و $\boldsymbol{\lambda}_2\in\mathbf{R}^{3\times3}$ یک ماتریس مثبت معین می‌باشد که مقدار آن وابسته به حد بالای اغتشاشات سیستم می‌باشد. همچنین، $\mathbf{K}_1\in\mathbf{R}^{3\times3}$ و $\mathbf{K}_2\in\mathbf{R}^{3\times3}$ ماتریس‌های بهره مثبت معین هستند. جهت بررسی عملکرد مشاهده‌گر لازم است دو متغیر جدید، به عنوان خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای و خطای تخمینی اختلاف گشتاور به صورت زیر تعریف شود:

$$\tilde{\mathbf{e}}(t)=\mathbf{u}_f(t)-\mathbf{f}(t),\;\;\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)=\boldsymbol{\omega}(t)-\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)\,. \tag{۶}$$

از طرف دیگر، خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای $\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)=\boldsymbol{\omega}(t)-\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{M}_R\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}(t)=\mathbf{C}_R\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)+\tilde{\mathbf{e}}(t)-\lambda_1(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))-\boldsymbol{\lambda}_2\,\mathrm{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))+\mathbf{d}_e\,. \tag{۷}$$

**لم۱:** اگر مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده مطابق رابطه (۵) تعریف شده باشد، لازم است نامساوی زیر برقرار شود [۲۰]:

$$\tilde{\mathbf{e}}^T(t)\tilde{\mathbf{e}}(t)\le\alpha_1\tilde{\mathbf{e}}^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{e}}(t-\tau)+\alpha_2\,\mathrm{sgn}^T(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\,\mathrm{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))+\alpha_3\upsilon^T(t)\upsilon(t)\,. \tag{۸}$$

به طوریکه $\upsilon(t)=\mathbf{u}_f(t)-\mathbf{K}_1\mathbf{u}_f(t-\tau)$ و $\alpha_i\,(i=1,2,3)$ ثابت‌های مثبتی هستند.

**قضیه ۱:** سیستم دینامیکی (۴) و مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده (۵) را در نظر بگیرید. پس خطای تخمینی $\tilde{\mathbf{e}}(t)$ و $\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)$ به یک مجموعه کوچک همگرا خواهد شد. بنابراین لازم است بهره‌های مشاهده‌گر مطابق زیر انتخاب شود:

$$-\mathbf{C}_R+\lambda_1-\gamma_4>0\;\;;\;\;1-(1+1/\gamma_4+\delta)\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2\ge0\;\;;\;\;\lambda_{2,\min}-d_{\max}\ge0\,. \tag{۹}$$

بطوریکه در آن $\gamma_4$ و $\delta$ ثابت‌های مثبتی هستند.

**اثبات:** تابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$V_1=\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\omega}}^T\mathbf{M}_R\tilde{\boldsymbol{\omega}}+\int_{t-\tau}^{t}\tilde{\mathbf{e}}^T(r)\tilde{\mathbf{e}}(r)dr\,. \tag{۱۰}$$

همچنین، نامساوی زیر بر اساس نامساوی یانگ [۲۱] در نظر بگیرید:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)\tilde{\mathbf{e}}(t)\le\gamma_4\tilde{\boldsymbol{\omega}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)+\frac{1}{\gamma_4}\tilde{\mathbf{e}}^T(t)\tilde{\mathbf{e}}(t)\,. \tag{۱۱}$$

با توجه به مشتق زمانی $V_1$ و جایگذاری معادله (۷) در آن داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \tilde{\boldsymbol{\omega}}[\mathbf{C}_R\,\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\mathbf{e}}(t) - \lambda_1(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) - \boldsymbol{\lambda}_2\,\mathrm{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) + \mathbf{d}] + \tilde{\mathbf{e}}^T(t)\tilde{\mathbf{e}}(t) - \tilde{\mathbf{e}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{e}}(t-\tau) \\ &\le (\mathbf{C}_R - \lambda + \gamma_4)\|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 + (1+\frac{1}{\gamma_4})\tilde{\mathbf{e}}^T(t)\tilde{\mathbf{e}}(t) - \tilde{\mathbf{e}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{e}}(t-\tau) - (\lambda_{2,\min} - d_{\max})\|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 .\end{aligned} \quad (۱۲)$$

اگر $\lambda_{2,\min}$ به گونه‌ای انتخاب شود که نامساوی $\lambda_{2,\min} \ge d_{\max}$ برقرار باشد، داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \le &-(-\mathbf{C}_R + \lambda_1 - \gamma_4)\|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta\|\tilde{\mathbf{e}}(t)\|^2 - [1-(1+1/\gamma_4+\delta)\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2]\|\tilde{\mathbf{e}}(t-\tau)\|^2 \\ &+ (1+1/\gamma_4+\delta)[\alpha_3\upsilon^T(t)\upsilon(t) + \alpha_2\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2] .\end{aligned} \quad (۱۳)$$

با فرض $1-(1+1/\gamma_4+\delta)\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2 \ge 0$. در نتیجه معادله (۱۳) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{V}_1 \le -(-\mathbf{C}_R + \lambda_1 - \gamma_4)\|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta\|\tilde{\mathbf{e}}(t)\|^2 + \sigma . \quad (۱۴)$$

بطوریکه $\sigma = (1+1/\gamma_4+\delta)[\alpha_3 k_v + \alpha_2\|\mathbf{K}_2\|^2]$ است. بنابراین خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای و خطای عملگر به صورت زیر محدود شده و $\dot{V}_1 \le 0$ اثبات شده پس $V_1$ کاهش پیدا می‌کند.

$$\|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\| \le \sqrt{\frac{\sigma}{-\mathbf{C}_R + \lambda_1 - \gamma_4}} \quad , \quad \|\tilde{\mathbf{e}}(t)\| \le \sqrt{\frac{\sigma}{\delta}} . \quad (۱۵)$$

## ۳- ۲ کنترل مود لغزشی مبتنی بر *PID*

سطح لغزش را می‌توان بر اساس سرعت‌های زاویه‌ای و کواترنیون‌ها به صورت زیر تعریف کرد:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\omega} + k\mathbf{q}_{1:3} . \quad (۱۶)$$

بطوریکه $k$ یک ثابت مثبت است. با توجه به رابطه (۱۶) لم زیر را در نظر بگیرید:

**لم۲:** اگر یک کنترلر مود لغزشی مناسب به گونه‌ای طراحی شود که بتواند شرط لغزش $\mathbf{S}\dot{\mathbf{S}} < 0$ را برآورده کند، پس $\mathbf{S}$ به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود. در نتیجه، وضعیت و سرعت زاویه‌ای فضاپیما نیز به صورت مجانبی به صفر همگرا خواهند شد.

با مشتق‌گیری زمانی از سطح لغزش و جایگذاری معادله (۳) در آن داریم:

$$\dot{\mathbf{S}} = \dot{\boldsymbol{\omega}} + k\dot{\mathbf{q}}_{1:3} = \mathbf{M}_R^{-1}(-\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_c + \mathbf{d}) + 0.5k\,(q_0\boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1:3}^{\times}\boldsymbol{\omega}) . \quad (۱۷)$$

با توجه به $\dot{\mathbf{S}} = 0$ در معادله بالا کنترل تناسبی محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{u}_{eq} = \mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k - 0.5k\,(q_0\boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1:3}^{\times}\boldsymbol{\omega}) . \quad (۱۸)$$

در نهایت، کنترل نامی به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\mathbf{u}_{nom} = \mathbf{u}_{eq} - k_p\mathbf{q}_{1:3} - k_d\,\tanh(\boldsymbol{\omega}/p^2) - k_i\int\mathbf{q}_{1:3}dt . \quad (۱۹)$$

بطوریکه $k_p$، $k_d$ و $k_i$ ثابت‌های مثبت، $p^2$ یک تابع غیر صفر اسکالر می‌باشد. بنابراین تابع $V_2 = 1/2\mathbf{S}^T\mathbf{S}$ را به عنوان تابع پیشنهادی لیاپانوف در نظر بگیرید. با جایگذاری معادله (۱۷) در مشتق اول $V_2$ داریم:

$$\dot{V}_2 = \mathbf{S}^T\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^T(\mathbf{M}_R^{-1}(-\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_c + \mathbf{d}) + 0.5k\,(q_0\boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1:3}^{\times}\boldsymbol{\omega})) . \quad (۲۰)$$

با جایگذاری کنترل نامی در شرط لغزش معادله (۲۰) بازنویسی می‌شود:

$$\mathbf{S}^T\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^T\mathbf{M}_R^{-1}(-k_p\mathbf{q}_{1:3} - k_d\,\tanh(\boldsymbol{\omega}/p^2) - k_i\int\mathbf{q}_{1:3}dt) \le 0 . \quad (۲۱)$$

با در نظر گرفتن فرضیه ۳ و تابع تانژانت هایپربولیک حد بالای رابطه (۲۱) به صورت زیر می‌باشد:

$$\left|k_p \mathbf{q}_{1:3}\right| + \left|k_d \tanh(\boldsymbol{\omega} / p^2)\right| + \left|k_i \int \mathbf{q}_{1:3} dt\right| \le k_p + k_d + k_i \ . \qquad (۲۲)$$

مطابق لم ۲ و فرضیات ۱-۵، هدف کنترلی $q_0 \to 1$، $\boldsymbol{\omega} \to 0$ و $\mathbf{q}_{1:3} \to 0$، $t \to \infty$ برآورده می‌شود.

## ۳- ۳ کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی

جهت جبران خرابی عملگر و اغتشاشات خارجی، قانون کنترل مود لغزشی باید به گونه‌ای ترکیب شود که دسترسی به منیفولد تضمین شود. طرح اولیه کنترلر تحمل‌پذیر خطا مبتنی بر مود لغزشی پیشنهادی به صورت زیر است:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{ftc} + \mathbf{u}_{nom} \ . \qquad (۲۳)$$

که در آن $\mathbf{u}_{nom}$ محدود به سطح لغزش و $\mathbf{u}_{ftc}$ یک مولفه کنترلی ناپیوسته که اثرات احتمالی خطای عملگر را بر روی سیستم جبران می‌کند و باعث می‌شود سیستم به سمت سطح لغزشی برود. فرض می‌شود مولفه‌های ذکر شده در فرضیات ۱ و ۲ برای طراح مشخص می‌باشد. بنابراین قانون کنترلی $\mathbf{u}_{ftc}$ به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\mathbf{u}_{ftc} = \begin{cases} -K_s \mathbf{S} - \beta \dfrac{(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}}{\left\|(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}\right\|} & if \ \ \mathbf{S} \neq 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \ . \qquad (۲۴)$$

که در آن $\beta$ و $K_s$ ثابت‌های مثبت، $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{3\times 3}$ یک ماتریس ثابت می‌باشد.

**قضیه ۲:** فرض کنید دینامیک کنترل وضعیت با خطای عملگر با فرضیات ۱ تا ۳ معتبر می‌باشد. پس می‌توان رسیدن به سطح لغزش $\mathbf{S} = 0$ را با جایگذاری معادلات (۱۹) و (۲۴) در کنترلر (۲۳) حفظ نمود.

**اثبات:** جهت تحلیل رسیدن به سطح لغزش از تابع لیاپانوف $V_2 = 1/2 \mathbf{S}^T \mathbf{S}$ استفاده می‌شود.

با مشتق زمانی از تابع لیاپانوف برای $\mathbf{S} \neq 0$ S≠۰ و با جایگذاری قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا در $\dot{V}_2$ داریم:

$$\dot{V}_2 = \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^T \mathbf{M}_R^{-1}(-k_p \mathbf{q}_{1:3} - k_d \tanh(\boldsymbol{\omega}/p^2) - k_i \int \mathbf{q}_{1:3} dt - K_s \mathbf{S} - \beta \frac{(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}}{\left\|(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}\right\|}) \le -\beta - K_s \mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{S}^2 \le 0 \ . \qquad (۲۵)$$

همچنین این معادله نشان می‌دهد که حرکت لغزشی می‌تواند در برابر کاهش جزئی عملکرد عملگر و یک تابع خطای متغیر با زمان و اغتشاشات خارجی ثابت باقی بماند. بنابراین قضیه ۱ اثبات می‌شود.

## ۳- ۴ کنترل فعال ارتعاشات

به منظور ایجاد مانورهای با دقت بالا، در این بخش به طراحی یک الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک پرداخته شده است. از آنجاییکه هیچ میدان خارجی به لایه حسگر اعمال نمی‌شود، جابجایی الکتریکی ایجاد شده بر روی سطح حسگر به طور مستقیم با کرنش اعمال شده بر روی آن متناسب است. جریان خروجی حسگر پیزوالکتریک نرخ کرنش پنل‌های انعطاف‌پذیر را اندازه‌گیری می‌کند. این جریان با استفاده از یک تنظیم‌کننده سیگنال با بهره $G_c$ به ولتاژ حسگر $V_s$ تبدیل می‌شود و با ضریب بهره متناسب کنترلر به عملگرهای پیزوالکتریک اعمال می‌شود. ولتاژ خروجی حسگرهای پیزوالکتریک را می توان با رابطه زیر نمایش داد:

$$V_s(t) = G_c i(t) = G_c e_{31}(\frac{h_b}{2} + h_p) w_p \int_0^{L_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \boldsymbol{\Psi}_k(x) \dot{\boldsymbol{\eta}}_k(t) dx \ . \qquad (۲۶)$$

که در آن $i(t)$ جریان مدار $e_{31}(t)$ ثابت شارژ/تنش پیزوالکتریک است. نیروی کنترل نسبی $f_{ctrl}$ تولید شده توسط عملگر که بر روی وصله‌ها اعمال می‌شود با استفاده از نظریه گشتاور خمشی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_{ctrl} = E_p d_{31} \hat{\omega}_p (\frac{h_b + h_p}{2}) \int_0^{L_p} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{\Psi}_k (x) dx V_a(t) . \qquad (۲۷)$$

که در آن $V_a(t)$ ولتاژ تولید شده توسط عملگرهای پیزوالکتریک و $\mathbf{\Psi}_k$ ($k$ امین) توابع شکلی می‌باشند [۲۲].

## ۴- بحث و نتایج شبیه‌سازی

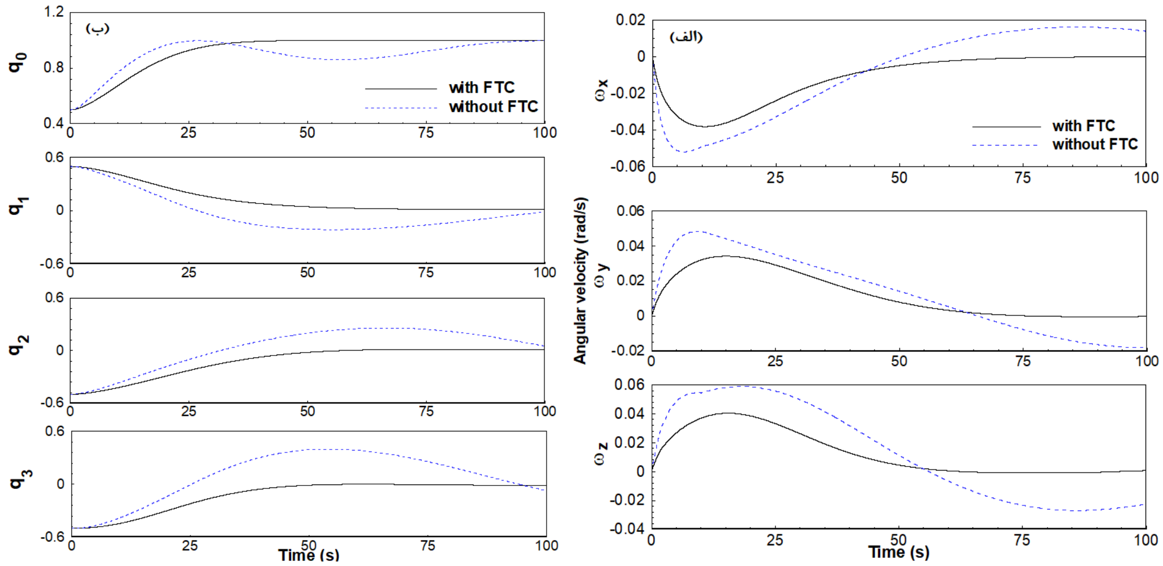
در این بخش جهت بررسی عملکرد و قابلیت‌های الگوریتم مود لغزشی PID با حضور کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی‌بر مشاهده‌گر خرابی و بدون آن شبیه‌سازی‌های مانور وضعیت چند محوره فضاپیما ارائه شده است. نتایج در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای از پاسخ‌های زمانی گشتاورهای کنترلی، سرعت زاویه‌ای و مودهای ارتعاشی برای یک فضاپیمای انعطاف‌پذیر در شکل‌های ۱ و ۲ نمایش داده شده است. شبیه‌سازی معادلات کاملا غیرخطی با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی نیومارک-بتا در محیط MATLAB/Simulink صورت پذیرفته است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه اصلی و پنل‌ها عبارتند از: چگالی $\rho_A = 2(kg/m)$، سفتی خمشی $EI_y = 35(Gpa)$، طول $L_m = 2(m)$، عرض $m = 0.3(m)$، اندازه هاب $a = 0.3(m)$، ممان اینرسی $I_x = 7.31(kg.m^2)$، $I_y = 13.44(kg.m^2)$ و $I_z = 11.72(kg.m^2)$ و مشخصات وصله‌های پیزوالکتریک: ثابت کرنش پیزواکتریک $d_{31} = 125\times10^{-12}(m/V)$، ثابت شارژ پیزوالکتریک $e_{31} = 10.5\times10^{-3}(Vm/N)$، چگالی $\rho_P = 0.096(kg/m)$، عرض $z_p = 0.0635(m)$، ضخامت $h_p = 1.905\times10^{-4}(m)$، طول $L_p = 0.0635(m)$ و ضریب گذردهی $\varepsilon_3^T = 1.5\times10^{-8}(F/m)$ در نظر گرفته شده است. اغتشاشات خارجی وارد شده بر بدنه صلب و پنل‌های انعطاف‌پذیر فضاپیما به ترتیب به صورت $d_e = 0.04(\sin(0.07t))$ و $d_b = 0.00075(\sin(10t))$ در نظر گرفته شده است. جهت شبیه‌سازی خطا، یک سناریوی خطا در نظر گرفته شده است. از همان ابتدای مانور هر عملگر دچار کاهش اثربخشی می‌شوند. جزئیات آن به شرح زیر است:

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 0.8 + \sin(0.02t) & t \geq 0 \end{cases} . \qquad (۲۸)$$

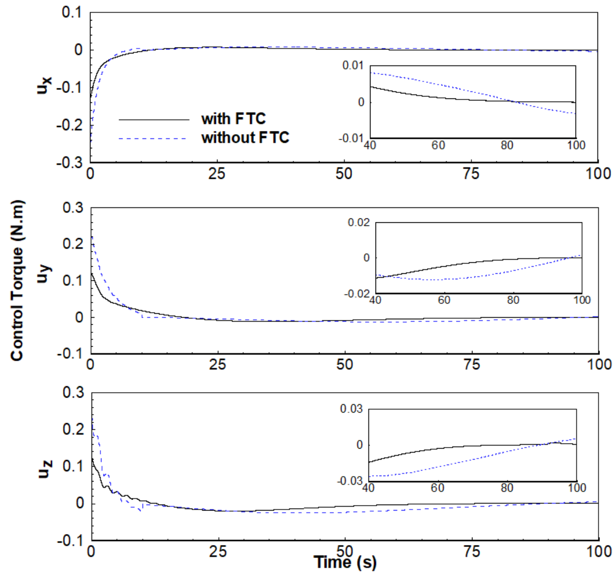
شرایط اولیه وضعیت $\boldsymbol{\omega} = [0,0,0]^T$ و $q(t_0) = [0.5; 0.5; -0.5; -0.5]$ تنظیم شده و سه مود اول ارتعاش برای $k = 3$ گسسته‌سازی حوزه الاستیک در نظر گرفته شده است. پارامترهای الگوریتم‌های کنترلی مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا عبارتند از: بهره‌های کنترل نامی برابر $k_d = 0.5$، $k_p = 0.5$ و $k_i = 0.0001$، اسکالر شدت سوئیچینگ $p^2 = 0.1$ و دو بهره کنترل تحمل‌پذیر خطا برابر با $\beta = 0.001$ و $k_s = 0.0001$ در نظر گرفته شده است. در ادامه، مقادیر پارامترهای در نظر گرفته شده در مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده به صورت $\lambda_1 = 20$، $\boldsymbol{\lambda}_2 = diag\left(0.0001, 0.002, 0.004\right)$، $\mathbf{K}_1 = diag\left(0.001, 0.001, 0.001\right)$ و $\mathbf{K}_2 = diag\left(0.01, 0.01, 0.01\right)$ تعیین شده‌اند. همچنین، در طراحی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات $G_c = 127$ و $\mathbf{K}_{PZT} = [32, 27, 19, 7]$ برای المان‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است به طور کلی ۸ المان در نظر گرفته شده است که وصله‌های پیزوالکتریک روی المان‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ نصب شده است.

شکل‌های ۳-۵ عملکرد مطلوب قانون‌های کنترلی و مشاهده‌گر پیشنهادی را نمایش می‌دهد. در الگوریتم مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا همراه با مشاهده‌گر، گشتاور کنترلی مورد نیاز اولیه کمتر از الگوریتم بدون ویژگی تحمل‌پذیری خطا بوده است. همچنین، الگوریتم کنترل مود لغزشی بدون تحمل‌پذیر خطا در حضور اغتشاشات خارجی و کاهش اثربخشی عملگر دچار نوسانات بزرگی می‌شود.

در گشتاور کنترل مود لغزشی بدون تحمل‌پذیری خطا و مشاهده‌گر نوسانات بزرگی دیده می‌شود، این رفتار مجددا در زوایای مانور در قالب سرعت‌های زاویه‌ای (شکل ۳ (الف)) و کواترنیون‌ها (شکل ۳ (ب)) به وضوح قابل مشاهده است. همانطور که می‌توان مشاهده کرد کواترنیون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای نوسانات شدیدی در غیاب کنترل تحمل‌پذیر خطا را به نمایش می‌گذارند. لازم به ذکر است، الگوریتم کنترلی تحمل‌پذیر خطا و مشاهده‌گر پیشنهادی، قابلیت بهبود نوسان اولیه را از همان ابتدا داراست.

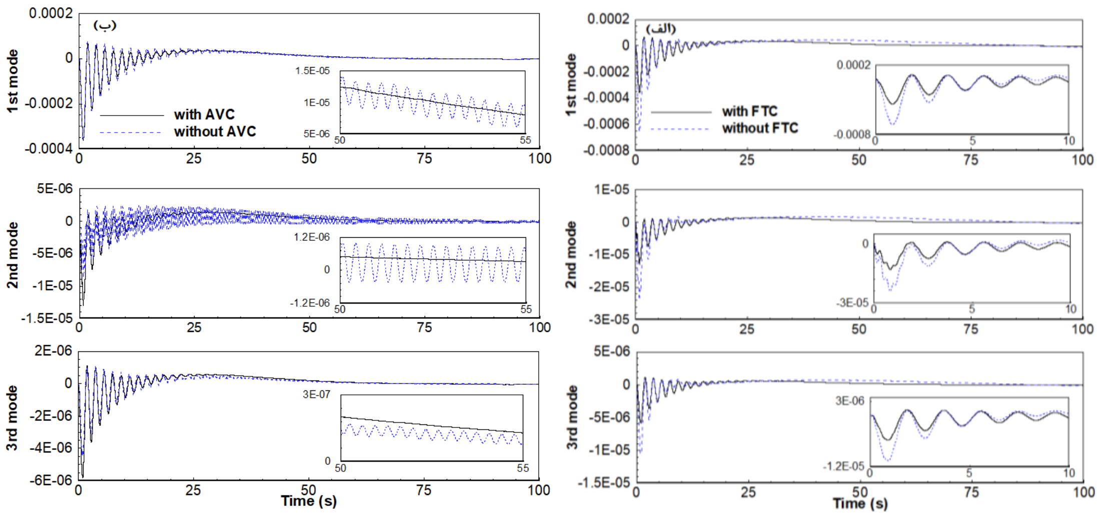



**شکل ۳.پارامترهای وضعیت الف) سرعت زاویه‌ای ب) زوایای مانور (کواترنیون‌ها) بدون و با کنترل تحمل‌پذیر**




**شکل ۴. تلاش کنترلی بودن و با کنترلر و مشاهده‌گر پیشنهادی**

باید به این نکته توجه داشت که با کاهش اثربخشی عملگرهای وضعیت، مودهای انعطاف‌پذیر تحریک خواهند شد. این رفتار به دلیل مدلسازی دینامیک کاملا کوپل صلب-انعطاف‌پذیر به وضوح در شکل ۵ (الف) نمایش داده شده است. همانطور که در نمودارهای شکل ۵ (الف) قابل مشاهده است، نوسان اولیه در غیاب کنترل تحمل‌پذیر خطا و مشاهده‌گر، حدود ۵۰ درصد افزایش پیدا کرده است. خرابی عملگر منجربه افزایش نوسانات سه مود اول ارتعاشی می‌شود و الگوریتم پسخور نرخ کرنش در کنار کنترل تحمل‌پذیر خطا توانایی رفع نوسانات ایجاد شده را دارا می‌باشد. در شکل ۵ (ب) پاسخ زمانی ارتعاشات پنل‌های انعطاف‌پذیر برای سه مود اول ارتعاشی نمایش داده شده است. به منظور نمایش توانایی الگوریتم پسخور نرخ کرنش در کنترل ارتعاشات باقی‌مانده سیستم حین و پس از مانور در کنار کنترل تحمل‌پذیر خطا و شاهده‌گر نمایش داده شده است. همانطور که می‌توان مشاهده کرد، استفاده از الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات، اثر قابل ملاحظه‌ای در کاهش نوسانات ناشی از دینامیک انعطاف‌پذیر داشته است.




**شکل ۵. مود اول تا سوم ارتعاشی، الف) بدون و با کنترل تحمل‌پذیر خطا، ب) بدون و با کنترل فعال ارتعاشات**

## ۵- نتیجه‌گیری

این مقاله به مسئله کنترل همزمان ارتعاشات و مانور وضعیت سه محوره یک فضاپیمای انعطاف‌پذیر ناقص عملگر می‌پردازد. یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده جهت تخمین اختلاف گشتاور ناشی از خطاهای عملگر ارائه شده است که با دقت بالا همگرایی سریع خطاهای تخمینی را تضمین می‌کند. در ادامه از یک قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا مود لغزشی PID و یک الگوریتم کنترلی فیدبک نرخ کرنش جهت پایداری وضعیت سیستم و بهبود نوسانات مودهای انعطاف‌پذیر استفاده شده است. کنترل تحمل‌پذیر خطا مود لغزشی PID قوام سیستم را افزایش می‌دهد و الگوریتم مقاوم کنترل فعال ارتعاشات، ارتعاشات باقی‌مانده ناشی از خطای مدلسازی را پوشش داده است. نتایج شبیه‌سازی حاکی از آن است که مشاهده‌گر پیشنهادی توانایی جبران نامعینی‌های ناشی از خطای عملگر و مدل را دارد حتی اگر توسط رویکردهای کنترلی مختلفی کنترل شود. روش‌های پیشنهادی تنها برای تخمین خطا و یا نامعینی‌های سیستم کاربرد دارند و توانایی تشخیص و جداسازی هر خطا را ندارند.

## ۶- مراجع

1. Z. Wang and Z. Wu, "Nonlinear attitude control scheme with disturbance observer for flexible spacecrafts", *Nonlinear Dynamics* 81(1), 257-264, (2015).
2. C. Liu, et al., "Observer-based fault-tolerant attitude control for spacecraft with input delay", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 41(9), 2041-2053, (2018).
3. H. Li and X. Lin, "Robust finite-time fault-tolerant control for dynamic positioning of ships via nonsingular fast integral terminal sliding mode control", *Applied Ocean Research* 122, 103126, (2022).
4. M. Van, M. Mavrovouniotis, and S.S. Ge, "An adaptive backstepping nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 49(7), 1448-1458, (2018).
5. Z. Liu, et al., "Modeling and adaptive control for a spatial flexible spacecraft with unknown actuator failures", *Science China Information Sciences* 64(5), 1-16, (2021).
6. D. Thakur, S. Srikant, and M.R. Akella, "Adaptive attitude-tracking control of spacecraft with uncertain time-varying inertia parameters", *Journal of guidance, control, and dynamics* 38(1), 41-52, (2015).
7. Q. Hu, "Robust adaptive sliding-mode fault-tolerant control with L2-gain performance for flexible spacecraft using redundant reaction wheels", *IET control theory & applications* 4(6), 1055-1070, (2010).
8. R. Chai, et al., "Dual-loop tube-based robust model predictive attitude tracking control for spacecraft with system constraints and additive disturbances", *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 69(4), 4022-4033, (2021).
9. X. Wu, et al., "Observer-based fault-tolerant attitude tracking control for rigid spacecraft with actuator saturation and faults", *Acta Astronautica* 178, 824-834, (2021).
10. A. Šabanovic, "Variable structure systems with sliding modes in motion control—A survey", *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 7(2), 212-223, (2011).

11. Q. Shen, et al., "Integral-type sliding mode fault-tolerant control for attitude stabilization of spacecraft", *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 23(3), 1131-1138, (2014).
12. B. Li, et al., "Observer-based fault-tolerant attitude control for rigid spacecraft", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 53(5), 2572-2582, (2017).
13. C.-L. Wei, et al., "Universal predictive Kalman filter-based fault estimator and tracker for sampled-data non-linear time-varying systems", *IET control theory & applications* 5(1), 203-220, (2011).
14. E. Bernardi and E.J. Adam, "Observer-based fault detection and diagnosis strategy for industrial processes", *Journal of the Franklin Institute* 357(14), 10054-10081, (2020).
15. X. He, et al., "Least-squares fault detection and diagnosis for networked sensing systems using a direct state estimation approach", *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 9(3), 1670-1679, (2013).
16. Q. Hou, et al., "Study on FDD and FTC of satellite attitude control system based on the effectiveness factor", in *2008 2nd international symposium on systems and control in aerospace and astronautics*. IEEE, 2008.
17. Q. Wu and M. Saif, "Robust fault diagnosis for a satellite large angle attitude system using an iterative neuron PID (INPID) observer", in *2006 American Control Conference*. IEEE, 2006.
18. Q. Wu and M. Saif, "An overview of robust model-based fault diagnosis for satellite systems using sliding mode and learning approaches", in *2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. IEEE, 2007.
19. M. Shahravi and M. Azimi, "Attitude and vibration control of flexible spacecraft using singular perturbation approach", *International Scholarly Research Notices* 2014, (2014).
20. T. Cao, et al., "A novel learning observer-based fault-tolerant attitude control for rigid spacecraft", *Aerospace Science and Technology* 128, 107751, (2022).
21. L. Zhang, C. Hua, and X. Guan, "Distributed output feedback consensus tracking prescribed performance control for a class of non-linear multi-agent systems with unknown disturbances", *IET Control Theory & Applications* 10(8), 877-883, (2016).
22. B. Bandyopadhyay, T.C. Manjunath, and M. Umapathy, *Modeling, control and implementation of smart structures: a FEM-state space approach*, Vol, 350, Springer, 2007.