

ISAV2023

سیزدهمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات

تهران - ایران

۲۹ و ۳۰ آذر ماه ۱۴۰۲



انجمن آکوستیک و ارتعاشات ایران

بررسی تأثیر نحوه‌ی مدل‌سازی کوپلینگ بر دقت محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی پیچشی یک زنجیره‌ی توربوکمپرسوری

میثم عباسی، جواد رجبی*

ایران، تهران، شرکت توربوتک، ۱۸۳۴۱، واحد اجزای دوار

j.rajabi@turbotec-co.com*

چکیده

سفتی پیچشی کوپلینگ انعطاف‌پذیر تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر رفتار ارتعاشی زنجیره ماشین‌آلات دوار از جمله فرکانس‌های طبیعی دارد. به منظور تحلیل ارتعاشات پیچشی زنجیره طبق توصیه‌ی استاندارد API 684، مدل‌سازی کوپلینگ با استفاده از یک تک-المان پیچشی با اینرسی متمرکز کفایت می‌کند. در این مقاله، دقت این نظریه برای یک کیس استادی صنعتی بررسی شده و نحوه‌ی مدل‌سازی المان محدود کوپلینگ انعطاف‌پذیر و محاسبه‌ی سفتی پیچشی آن مورد بحث قرار گرفته است. بدین منظور ابتدا الزامات و فرضیات استاندارد AGMA 9004 جهت محاسبه‌ی سفتی پیچشی کوپلینگ ارائه شده و با به کارگیری آن‌ها، مدل المان محدود یک نمونه کوپلینگ انعطاف‌پذیر ساخته شده است. با افزودن مدل کوپلینگ به مدل یک زنجیره‌ی توربوکمپرسوری، فرکانس‌های طبیعی پیچشی زنجیره محاسبه گردیده و با فرکانس‌های طبیعی حاصل از مدل تک‌المانه‌ی کوپلینگ مقایسه شده است. نتایج نشان دهنده‌ی این است که مدل تک-المانه با خطایی کمتر از ۴ درصد، سه فرکانس طبیعی اول زنجیره را پیش‌بینی می‌کند.

کلمات کلیدی: کوپلینگ انعطاف‌پذیر؛ سفتی پیچشی؛ فرکانس‌های طبیعی زنجیره.

۱- مقدمه

پیش‌بینی رفتار دینامیکی روتور یک تجهیز دوار به طور قابل ملاحظه‌ای به دقت مدل‌سازی سیستم فیزیکی، فهم فرضیات و محدودیت‌های اعمال شده در فرآیند مدل‌سازی بستگی دارد. بعلاوه مدل‌سازی اجزای دوار پیچیده بر تجربه‌ی عملی استوار بوده و با تحلیل مهندسی قوی امکان‌پذیر می‌باشد. در طی فرآیند مدل‌سازی، یک سیستم پیچیده‌ی فیزیکی به یک مدل ریاضی به مراتب ساده‌تر تبدیل می‌شود که بیانگر رفتار فیزیکی آن است. با درک ارتباط بین سیستم فیزیکی و مدل ریاضی، می‌توان نتایج به دست آمده از تحلیل ریاضی را صحه‌گذاری کرد و در فرآیند طراحی به طور کامل استفاده نمود [۱].

در ماشین‌آلات دوار صنعتی معمولاً سفتی پیچشی^۱ روتورها به قدری بالاست که فرکانس طبیعی پیچشی متناظر با آن‌ها بالاتر از بازه‌ی سرعت کاری قرار می‌گیرد. با این حال روتورها با استفاده از کوپلینگ‌هایی با سفتی پیچشی نسبتاً پایین به یکدیگر متصل می‌شوند. ترکیب این سفتی پیچشی کم و اینرسی دورانی بالای روتورهای متصل به کوپلینگ باعث به وجود آمدن فرکانس طبیعی در محدوده‌ی سرعت کاری می‌شود [۲].

ارتعاشات پیچشی با دامنه‌ی بالا (در حالت تشدید) باعث وارد آمدن گشتاورهای دینامیکی با مقادیر بزرگ به قسمت‌های مختلف زنجیره شده و در نتیجه می‌تواند سبب بروز شکست مکانیکی در اثر پدیده‌ی خستگی گردد. به منظور شناسایی فرکانس‌های طبیعی و جلوگیری از ایجاد حالت تشدید، تحلیل ارتعاشات پیچشی ضرورت دارد که اهداف مهندسی ذیل را دنبال می‌کند [۲]:

- (۱) محاسبه فرکانس‌های طبیعی.
 - (۲) بررسی اثر تغییر بعضی از پارامترهای طراحی بر فرکانس‌های طبیعی (تحلیل حساسیت‌سنجی).
 - (۳) محاسبه دامنه‌ها و گشتاورهای ارتعاشی تحت تحریک پیچشی حالت پایا^۲.
 - (۴) محاسبه گشتاورهای دینامیکی و نیروی وارده بر دندانه‌ها تحت شرایط گذرا^۳ (نظیر راه‌اندازی^۴).
 - (۵) بررسی پایداری ارتعاشات پیچشی زنجیره‌هایی که مجهز به سیستم کنترل سرعت خودکار^۵ هستند.
- کوپلینگ انعطاف‌پذیر ضمن اتصال دو تجهیز دوار به یکدیگر اجازه می‌دهد که دو تجهیز نسبت به هم درجه‌ای از ناهم‌محوری^۶ یا جابجایی انتها^۷ را تجربه کنند. سه وظیفه‌ی اصلی کوپلینگ انعطاف‌پذیر به شرح ذیل است [۳]:

ا. انتقال توان

ب. تحمل ناهم‌محوری

ج. جبران جابجایی انتهای روتور

در کوپلینگ‌های انعطاف‌پذیر جهت تحمل ناهم‌محوری بدون وارد کردن نیروهای بزرگ به روتورهای تحت اتصال، از المان‌های انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود. المان‌های فلزی مانند دیسک-پک^۸ و دیافراگم^۹، المان مکانیکی مانند چرخ‌دنده و یا المان‌های الاستومری می‌توانند انعطاف‌پذیری مورد نیاز در کوپلینگ را تأمین کنند. هر چه فاصله‌ی بین المان‌های انعطاف‌پذیر بیشتر باشد، قابلیت تحمل ناهم‌محوری در کوپلینگ افزایش می‌یابد. به منظور تأمین چنین فاصله‌ای، از شفتی توخالی با طول زیاد با عنوان اسپیسر^{۱۰} استفاده می‌گردد. وجود اسپیسر در کوپلینگ‌های انعطاف‌پذیر به دلیل طول زیاد و گشتاور دوم سطح نسبتاً کوچک، باعث کاهش سفتی پیچشی به طور قابل ملاحظه‌ای می‌شود. در نتیجه شکل موده‌های اول زنجیره، معمولاً توسط سفتی پیچشی کوپلینگ و اینرسی قطبی روتورهای متصل به آن کنترل می‌شود. به همین دلیل سفتی پیچشی کوپلینگ، پارامتر مهمی در محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی زنجیره بوده و دقت محاسبه‌ی آن اهمیت بسزایی دارد.

سفتی پیچشی و گشتاور اینرسی قطبی کوپلینگ، پارامترهایی هستند که غالباً توسط سازنده در نقشه‌ی کوپلینگ درج می‌شوند. به منظور تحلیل ارتعاشات پیچشی انواع تجهیزات دوار طبق توصیه‌ی استاندارد API 684، مدل‌سازی کوپلینگ به صورت یک المان پیچشی کفایت می‌کند. این المان دو گره دارد که با یک فنر با سفتی پیچشی معادل کوپلینگ به یکدیگر متصل شده و نصف اینرسی قطبی کوپلینگ در هر گره به صورت متمرکز اعمال می‌گردد. در این مقاله میزان خطایی که این فرض در محاسبه‌ی

^۱ Torsional stiffness

^۲ Steady state

^۳ Transient

^۴ Start-up

^۵ Automatic speed control

^۶ Misalignment

^۷ End movement

^۸ Disk-pack

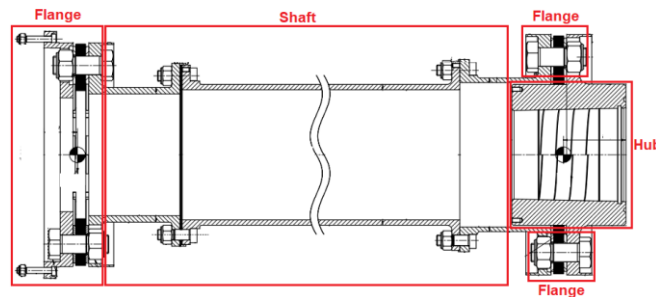
^۹ Diaphragm

^{۱۰} Spacer

فرکانس‌های طبیعی یک زنجیره‌ی توربوکمپرسوری ایجاد می‌کند، برای یک کیس استادی صنعتی بررسی می‌گردد. بدین منظور ابتدا یک کوپلینگ انعطاف‌پذیر از نوع دیسک-کوپلینگ با استفاده از الزامات استاندارد AGMA 9004 مدل‌سازی شده و با افزودن آن به مدل زنجیره پیچشی شامل توربین و کمپرسور، فرکانس‌های طبیعی محاسبه می‌گردند. در آخر مقادیر فرکانس‌های طبیعی زنجیره با نتایج حاصل از مدل تک-المانه کوپلینگ مقایسه می‌شوند.

۲- محاسبه‌ی سفتی پیچشی کوپلینگ

بر اساس استاندارد AGMA 9004، سفتی پیچشی کوپلینگ با محاسبه‌ی سفتی پیچشی هر یک از اجزایی که در مسیر گشتاور^{۱۱} قرار دارند، به دست می‌آید. در شکل (۱) نقشه یک نمونه کوپلینگ انعطاف‌پذیر از نوع دیسک-کوپلینگ نشان داده شده است.



شکل ۱. نقشه‌ی یک نمونه کوپلینگ انعطاف‌پذیر از نوع دیسک-کوپلینگ

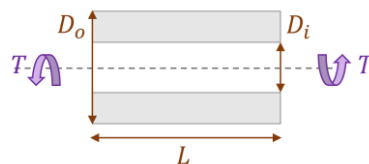
اجزای کوپلینگ که در مسیر گشتاور قرار دارند، عبارتند از:

- شفت
- فلنج^{۱۲}
- هاب^{۱۳}
- اتصال هاب به شفت
- اتصال پیچی المان انعطاف‌پذیر

در مدل‌سازی المان محدود، المان شفت بیانگر المانی است که گشتاور را از یک انتها به انتهای دیگر منتقل می‌کند و سفتی پیچشی آن از رابطه‌ی (۱) به دست می‌آید:

$$K_{shaft} = \frac{\pi G}{32L} (D_o^4 - D_i^4) \quad (1)$$

در این رابطه G معرف مدول برشی ماده است و پارامترهای هندسی در شکل (۲) تعریف شده‌اند.



شکل ۲. پارامترهای هندسی المان شفت

^{۱۱} Torque path

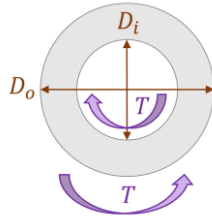
^{۱۲} Flange

^{۱۳} Hub

در المان دیسک، گشتاور بین قطر داخلی و خارجی انتقال می‌یابد و از آن برای مدل‌سازی فلنج استفاده می‌شود. سفتی پیچشی المان دیسک از رابطه‌ی (۲) محاسبه می‌شود:

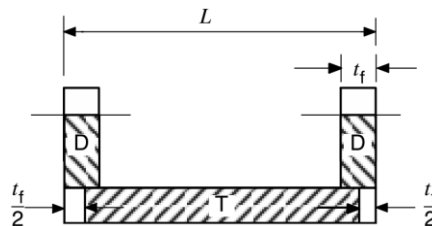
$$K_{disk} = \frac{\pi G t D_o^2 D_i^2}{D_o^2 - D_i^2} \quad (2)$$

در این رابطه t معرف ضخامت دیسک بوده و پارامترهای هندسی در شکل (۳) مشخص شده‌اند.



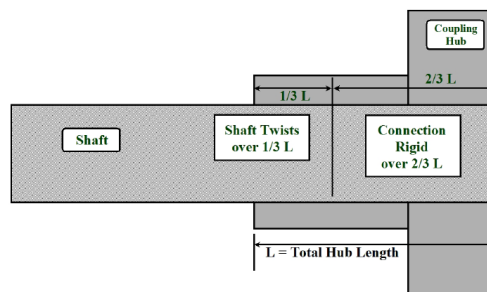
شکل ۳. پارامترهای هندسی المان دیسک

یکی از اجزای کوپلینگ که می‌توان آن را به صورت المان‌های دیسک متصل به المان شفت مدل کرد، اسپیسر است که در شکل (۴) المان‌های تشکیل‌دهنده‌ی آن نشان داده شده است. برای به دست آوردن طول المان شفت، نصف ضخامت فلنج‌ها از طول کل اسپیسر کسر می‌گردد. قطر داخلی المان‌های دیسک برابر با قطر خارجی شفت و قطر خارجی المان‌های دیسک برابر با قطر دایره‌ی پیچ‌ها است.



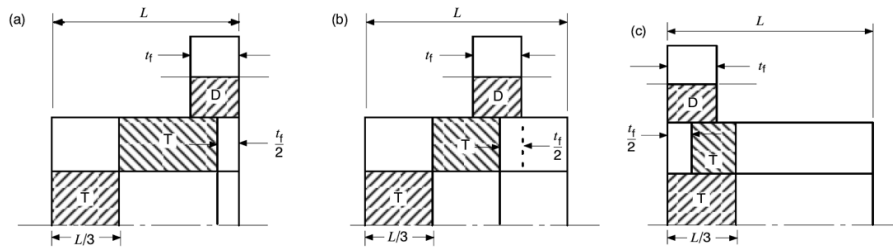
شکل ۴. المان‌بندی اسپیسر کوپلینگ [۴]

به منظور محاسبه‌ی سفتی پیچشی اتصال هاب و شفت طبق توصیه‌ی استاندارد API 684 از قاعده‌ی $1/3$ نفوذ شفت^{۱۴} استفاده می‌شود. این قاعده بر اساس تجربه بیان می‌دارد که برای محاسبه‌ی سفتی پیچشی هاب و شفت داخل آن، طبق شماتیک شکل (۵) می‌توان فرض کرد که تنها $1/3$ طول شفت و $2/3$ طول هاب دچار پیچش شده و مابقی طول شفت و هاب صلب هستند و در سفتی پیچشی مجموعه نقشی ندارند. در این شکل قسمت هاشورخورده نشان‌دهنده‌ی شفت داخل هاب می‌باشد. بنابراین وابسته به موقعیت طولی فلنج هاب، المان‌بندی مجموعه‌ی هاب و شفت به صورت یکی از حالت‌های نشان داده شده در شکل (۶) در می‌آید. در این شکل‌ها حروف T و D به ترتیب نشان‌دهنده‌ی المان دیسک و شفت هستند.



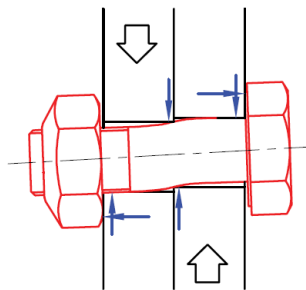
شکل ۵. قاعده $1/3$ نفوذ شفت

^{۱۴} 1/3 Shaft penetration



شکل ۶. حالت‌های المان‌بندی اتصال هاب و شفت [۴]

عامل دیگر مؤثر در سفتی پیچشی کوپلینگ، المان‌های انعطاف‌پذیر و اتصال پیچی بین اجزای مختلف کوپلینگ است. به دلیل بارگذاری پیچیده‌ای که در اثر تغییر شکل پیچشی در این اجزاء به وجود می‌آید، استاندارد AGMA 9004 درباره این موضوع بحثی نکرده و سازنده را مسئول محاسبه‌ی مقادیر سفتی و یا ارائه روشی استاندارد دانسته است. شکل (۷) یک پیچ متصل‌کننده‌ی دو فلنج را نشان می‌دهد که تحت پیچش قرار گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در اثر تغییر شکل پیچ، بارهای مختلفی به قسمت‌های مختلف آن از جمله مهره و کلگی وارد می‌شود که در نتیجه‌ی آن پیچ به طور همزمان تحت خمش و برش قرار می‌گیرد و همین مسئله باعث پیچیدگی محاسبه‌ی سفتی پیچشی اتصال می‌گردد.



شکل ۷. بارگذاری پیچ تحت خمش و برش

با توجه به قرار گرفتن اجزای کوپلینگ به صورت سری در کنار یکدیگر، با مشخص بودن سفتی پیچشی هر یک از اجزای در مسیر گشتاور می‌توان سفتی پیچشی کوپلینگ را طبق رابطه‌ی (۳) محاسبه کرد:

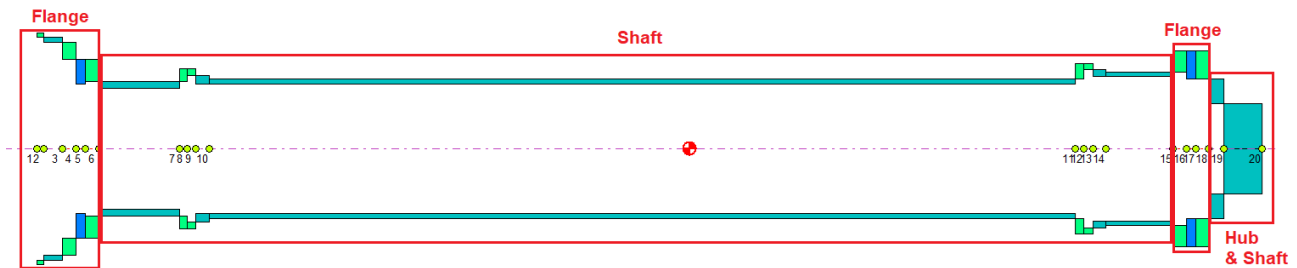
$$K_{coupling} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{K_i}} \quad (3)$$

که در آن K_i سفتی پیچشی المان i ام و N تعداد کل المان‌ها است.

۳- مدل‌سازی کوپلینگ

در شکل (۸) نحوه‌ی المان‌بندی دیسک-کوپلینگ شکل (۱) به صورت ترکیبی از المان‌های شفت و دیسک در نرم‌افزار Dyrobes نشان داده شده است. المان‌های با رنگ سبز روشن، از نوع دیسک و المان‌های با رنگ سبز تیره، المان شفت هستند. المان‌های با رنگ آبی، المان‌های انعطاف‌پذیر (دیسک-پک^{۱۵}) هستند که صلب در نظر گرفته شده‌اند. اتصالات پیچی نیز صلب در نظر گرفته شده‌اند.

^{۱۵} Disk-pack



شکل ۸. المان بندی یک نمونه دیسک-کوپلینگ

سفتی پیچشی هر المان با استفاده از روابط بخش قبل محاسبه شده و سفتی پیچشی کوپلینگ از رابطه‌ی (۳) بدست آمده است. در جدول (۲) مقدار بدست آمده برای سفتی پیچشی مدل المان محدود کوپلینگ با مقدار ارائه شده توسط سازنده در نقشه کوپلینگ مقایسه شده است. اختلاف موجود می‌تواند ناشی از اتصالات پیچی و المان‌های انعطاف‌پذیر باشد که در مدل شکل (۸) صلب در نظر گرفته شده‌اند.

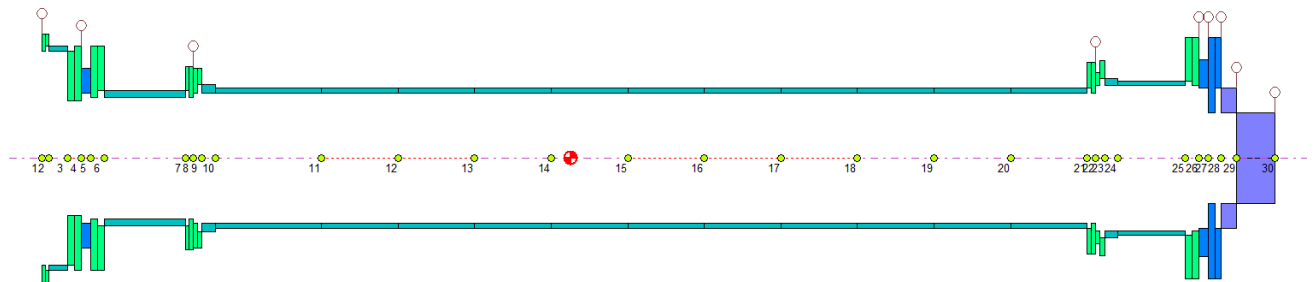
جدول ۲. اعتبارسنجی سفتی پیچشی کوپلینگ

درصد اختلاف	نقشه‌ی سازنده	مدل المان محدود	سفتی پیچشی کوپلینگ (مگانیوتن متر)
۵.۷	۱.۵۷	۱.۶۶	

با فرض کردن سفتی مشخصی برای المان‌های انعطاف‌پذیر می‌توان خطای سفتی پیچشی مدل شکل (۸) را صفر کرد. این مقدار از رابطه‌ی (۴) قابل محاسبه است:

$$K_{flex} = \frac{1}{\frac{1}{1.57e6} - \sum_{j=1}^N \frac{1}{K_j}} = 5.8e7 Nm \quad (4)$$

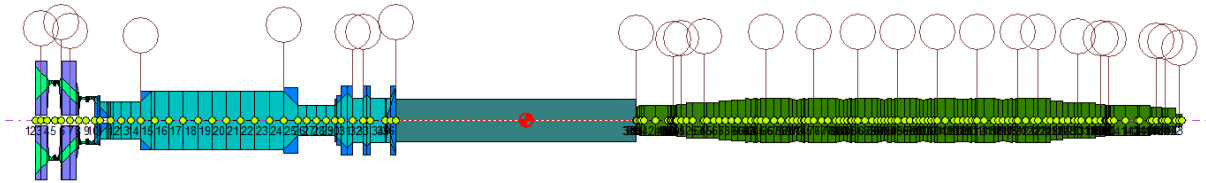
در مدل شکل (۸) تنها توزیع سفتی پیچشی در نظر گرفته شده است. به منظور استفاده در مدل پیچشی زنجیره، باید توزیع اینرسی قطبی کوپلینگ نیز تصحیح گردد. بدین منظور با تصحیح قطر داخلی و خارجی المان‌های دیسک و افزودن اثر اینرسی پیچها، مدل نهایی به شکل مشخص شده در شکل (۹) در می‌آید. در این مدل، اسپیسر کوپلینگ به تعداد المان‌های بیشتری تقسیم‌بندی شده است. از آنجایی که جرم شفت داخل هاب به عنوان جزئی از کوپلینگ در نظر گرفته نمی‌شود، به ۱/۳ شفت داخل هاب ماده‌ای با چگالی صفر (به رنگ بنفش) اختصاص داده شده است. سفتی پیچشی و اینرسی مدل نهایی کوپلینگ با مقادیر ارائه شده توسط سازنده در نقشه کوپلینگ مطابقت دارد.



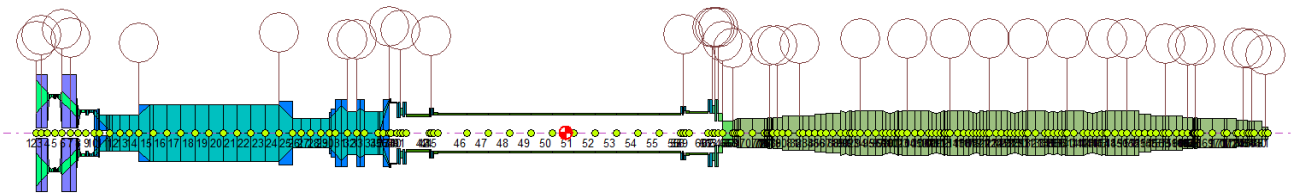
شکل ۹. مدل نهایی یک نمونه دیسک-کوپلینگ

۴- تحلیل فرکانس طبیعی

مدل پیچشی زنجیره‌ی توربوکمپرسوری با در نظر گرفتن مدل تک-المانه کوپلینگ و مدل دقیق آن به ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده است. در این شکل‌ها جرم‌های متمرکز شامل ایمپلرها، پره‌ها، بالانس پیستون و... به صورت بالون‌هایی نشان داده شده‌اند.



شکل ۱۰. مدل پیچشی زنجیره‌ی توربوکمپرسوری با مدل تک-المانه کوپلینگ



شکل ۱۱. مدل پیچشی زنجیره‌ی توربوکمپرسوری با مدل دقیق کوپلینگ

نتایج تحلیل فرکانس طبیعی هر دو زنجیره در جدول (۳) مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اختلاف موجود بین نتایج تحلیل پیچشی دو مدل کم‌تر از ۴ درصد بوده و می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌سازی کوپلینگ به صورت تک-المانه، از دقت کافی برخوردار بوده و نیازی به مدل‌سازی دقیق آن به منظور محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی زنجیره نیست.

جدول ۳. مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی پیچشی زنجیره‌ی توربوکمپرسوری (بر حسب دور بر دقیقه)

فرکانس طبیعی	مدل تک-المانه کوپلینگ	مدل دقیق کوپلینگ	درصد اختلاف
اول	۲۸۷۵	۲۸۸۷	۰.۴
دوم	۱۸۶۹۸	۱۹۴۱۴	۳.۷
سوم	۲۲۱۹۰	۲۲۵۴۸	۱.۶

یکی از علل خرابی کوپلینگ در تجهیزات دوآر، وارد آمدن گشتاورهای پیچشی متناوب در اثر تحریک پیچشی گذرا یا حالت پایا است که سبب بروز پدیده‌ی خستگی در قطعات و اتصالات مختلف کوپلینگ می‌گردد. گشتاورهای گذرا مانند اتصال کوتاه در ژنراتور و موتور الکتریکی و یا گشتاور راه‌اندازی و همچنین گشتاورهای حالت پایا ناشی از نیروهای آیرودینامیکی وارده بر پره‌های توربین و کمپرسور می‌توانند سبب ایجاد گشتاورهای پیچشی در زنجیره شوند. از مدل دقیق کوپلینگ می‌توان برای محاسبه‌ی این گشتاورهای ارتعاشی در اجزاء و اتصالات مختلف آن و در نتیجه حصول اطمینان از طراحی کوپلینگ استفاده کرد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله دقت نظریه مدل‌سازی کوپلینگ با استفاده از یک تک-المانه پیچشی با اینرسی متمرکز برای یک کیس استادی صنعتی بررسی شد و نحوه‌ی مدل‌سازی المان محدود کوپلینگ انعطاف‌پذیر و محاسبه‌ی سفتی پیچشی آن مورد بحث قرار گرفت. با توجه به اختلاف کم‌تر از ۴ درصد بین سه فرکانس طبیعی اول زنجیره در دو مدل می‌توان نتیجه گرفت که به منظور محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی پیچشی زنجیره، مدل‌سازی کوپلینگ به صورت تک-المانه از دقت کافی برخوردار بوده و نیازی به مدل‌سازی دقیق آن نیست. بنابراین سفتی پیچشی و گشتاور قطبی کوپلینگ که توسط سازنده ارائه می‌گردد، به منظور تحلیل پیچشی ماشین آلات دوآر کفایت می‌کند.

مراجع

1. Wen Jeng Chen, *Practical rotordynamics and fluid film bearing design*, CreateSpace, 2015.
2. John Vance, Fouad Zeidan, Brian Murphy, *Machinery vibration and rotordynamics*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2010.
3. John Mancuso, Joe Corcoran, "What are the differences in high performance flexible couplings in turbomachinery?", *Proceedings of the thirty-second turbomachinery symposium*, 2003.
4. Flexible Couplings – Mass Elastic Properties and Other Characteristics, Reaffirmed May 2014, ANSI/AGMA 9004-B08