

## بررسی تأثیر میزان انعطاف پذیری کوپلینگ بر استقلال عملکرد استاتیکی و دینامیکی روتورها در یک زنجیره‌ی توربوکمپرسوری

میثم عباسی، جواد رجبی \*

ایران، تهران، شرکت توربوتک، ۱۸۳۴۱، واحد اجزای دوار

\*j.rajabi@turbotec-co.com

### چکیده

به منظور اطمینان از عملکرد ارتعاشی ماشین آلات دوار، پیش‌بینی دقیق سرعت‌های بحرانی سیستم روتور-تکیه‌گاه از اهمیت بسزایی برخوردار است. یکی از چالش‌های اصلی در مسیر طراحی و تحلیل اجزای یک زنجیره توربوکمپرسوری، اطمینان از صحت نتایج تحلیل جداگانه روتورها و سنجش خطای عدم تحلیل زنجیره به صورت پیوسته می‌باشد. طبق توصیه‌ی استاندارد API 684 به منظور تحلیل روتوردینامیکی زنجیره‌های دارای کوپلینگ انعطاف‌پذیر، مدل‌سازی دینامیک عرضی هر روتور به طور مستقل و تنها با در نظر گرفتن اثر اینرسی کوپلینگ کفایت کرده و نیازی به تحلیل کل زنجیره به صورت پیوسته نیست. در این مقاله نیروهای استاتیکی تکیه‌گاه و سرعت‌های بحرانی برای یک کیس استادی صنعتی در دو حالت تحلیل هر روتور به صورت جداگانه و تحلیل زنجیره به صورت پیوسته، بررسی شده و میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن سفتی کوپلینگ استخراج گردیده است. طبق نتایج به دست آمده، بیشینه‌ی خطا در نیروهای استاتیکی ۵.۵ درصد و در سرعت‌های بحرانی ۳.۳ درصد می‌باشد. همچنین با در نظر گرفتن حالت‌های مختلف سفتی المان انعطاف‌پذیر کوپلینگ، میزان تأثیر انعطاف-پذیری کوپلینگ بر مستقل‌سازی رفتار استاتیکی و دینامیکی روتورها از یکدیگر بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که در حالت سفتی خمشی صفر (المان پین)، بیشینه‌ی خطا در نیروهای استاتیکی ۰.۵ درصد و در سرعت‌های بحرانی ۱.۶ درصد است در حالی که در حالت عدم وجود المان انعطاف‌پذیر (المان تیر)، بیشینه‌ی خطا در نیروهای استاتیکی ۳۵ درصد و در سرعت‌های بحرانی ۹.۶ درصد می‌گردد.

**کلمات کلیدی:** کوپلینگ انعطاف‌پذیر؛ دینامیک عرضی؛ نیروی استاتیکی تکیه‌گاه؛ سرعت‌های بحرانی.

### ۱- مقدمه

پیش‌بینی رفتار دینامیکی روتور یک تجهیز دوار، به طور قابل ملاحظه‌ای به دقت مدل‌سازی سیستم فیزیکی و فهم فرضیات و محدودیت‌های اعمال شده در فرآیند مدل‌سازی بستگی دارد. بعلاوه مدل‌سازی اجزای دوار پیچیده بر تجربه‌ی عملی استوار بوده و با تحلیل مهندسی قوی امکان‌پذیر می‌باشد. در طی فرآیند مدل‌سازی، یک سیستم پیچیده‌ی فیزیکی به یک مدل ریاضی به مراتب

ساده‌تر تبدیل می‌شود که بیانگر رفتار فیزیکی آن سیستم است. با درک ارتباط بین سیستم فیزیکی و مدل ریاضی، می‌توان نتایج به دست آمده از تحلیل ریاضی را صحت‌گذاری کرد و در فرآیند طراحی به طور کامل استفاده نمود [۱].

یکی از شروط پذیرش طراحی ماشین‌آلات دوآر، اطمینان از عملکرد ارتعاشی سیستم روتور-تکیه‌گاه است که از مهم‌ترین مشخصه‌های آن می‌توان به سرعت بحرانی<sup>۱</sup> سیستم اشاره کرد. در صورت تداخل سرعت بحرانی با محدوده‌ی دور کاری روتور، پدیده‌ی تشدید رخ داده و در نتیجه‌ی افزایش دامنه‌ی ارتعاشات، ایجاد خرابی و شکست اجتناب‌ناپذیر است. به منظور ارزیابی ارتعاشی سیستم در مرحله‌ی طراحی، از مدل‌سازی و تحلیل ریاضی استفاده می‌گردد. در این زمینه طیف گسترده‌ای از انواع نرم‌افزارهای مهندسی با هدف تحلیل روتوردینامیکی سریع و دقیق سیستم‌های روتور-تکیه‌گاه توسعه داده شده و در اختیار مهندسان طراح قرار گرفته است. همچنین استانداردهای معتبری بر مبنای تجربه‌ی چند ده ساله‌ی مهندسی در سطح بین‌المللی تدوین و منتشر شده است که در بردارنده توصیه‌ها و رهنمودهای لازم جهت مدل‌سازی و تحلیل سیستم‌های دینامیکی با دقت کافی می‌باشد. علیرغم تسهیل فرآیند طراحی سیستم‌های دوآر با وجود استانداردها و نرم‌افزارهای مهندسی، آن‌ها به خودی خود ضامن صحت و دقت مدل‌سازی نبوده و بدین منظور طراح باید فهم عمیقی از پدیده‌ی فیزیکی مورد بررسی و فلسفه‌ی فرضیات به کار رفته در فرآیند مدل‌سازی سیستم داشته باشد. در تحلیل عرضی<sup>۲</sup> سیستم‌های دوآر نیز با توصیه‌ی استانداردهای مختلف فرضیات بسیاری به منظور کاهش هزینه و زمان محاسبات و تسهیل فرآیند مدل‌سازی در نظر گرفته می‌شود. تشخیص میزان خطای ایجاد شده در اثر به کار بردن این فرضیات بر عهده‌ی طراح بوده و نیازمند دقت و توجه کافی است.

در مدل‌سازی و تحلیل روتوردینامیکی انواع زنجیره‌های توربوکمپرسوری، توربوژنراتوری و... توجه به نحوه‌ی اتصال روتورها حائز اهمیت است. در این نوع زنجیره‌ها غالباً از کوپلینگ‌های انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود. کوپلینگ انعطاف‌پذیر ضمن اتصال دو تجهیز دوآر به یکدیگر، اجازه می‌دهد که دو تجهیز نسبت به هم درجه‌ای از ناهم‌محوری<sup>۳</sup> یا جابجایی انتها<sup>۴</sup> را تجربه کنند. سه وظیفه‌ی اصلی کوپلینگ انعطاف‌پذیر به شرح ذیل است [۲]:

ا. انتقال توان

ب. تحمل ناهم‌محوری

ج. جبران جابجایی انتهای روتور

در کوپلینگ‌های انعطاف‌پذیر جهت تحمل ناهم‌محوری بدون وارد کردن نیروهای بزرگ به روتورهای تحت اتصال، از المان‌های انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود. المان‌های فلزی مانند دیسک-پک<sup>۵</sup> و دیافراگم<sup>۶</sup>، المان مکانیکی مانند چرخ‌دنده و یا المان‌های الاستومری می‌توانند انعطاف‌پذیری مورد نیاز در کوپلینگ را تأمین کنند. هر چه فاصله‌ی بین المان‌های انعطاف‌پذیر بیشتر باشد، قابلیت تحمل ناهم‌محوری در کوپلینگ افزایش می‌یابد. به منظور تأمین چنین فاصله‌ای، از شفتی توخالی با طول زیاد با عنوان اسپیسر<sup>۷</sup> استفاده می‌گردد. وجود المان‌های انعطاف‌پذیر و اسپیسر با طول زیاد، تا حد زیادی باعث مستقل شدن رفتار استاتیکی و دینامیکی روتورهای تحت اتصال می‌گردد. با این وجود شرایط خاصی وجود دارد که تحلیل کل زنجیره به صورت پیوسته را ایجاب می‌کند.

یکی از چالش‌های اصلی دفتر طراحی توربین گاز و یا کمپرسور گاز که در حین انجام تحلیل‌های روتوردینامیکی با آن روبرو می‌شود، لزوم در نظر گرفتن اجزای زنجیره و سنجش خطای نتایج تحلیل جداگانه روتورها می‌باشد. در این مقاله برای یک کیس استادی صنعتی شامل یک زنجیره‌ی توربوکمپرسوری (توربین گاز متصل به کمپرسور گاز گریز از مرکز) تأثیر میزان انعطاف‌پذیری کوپلینگ بر جداسازی رفتار استاتیکی و دینامیکی روتورها بررسی می‌گردد و میزان خطایی که فرض استقلال عملکردی روتورها در پیش‌بینی رفتار آن‌ها ایجاد می‌کند، استخراج می‌شود. بدین منظور ابتدا نحوه‌ی مدل‌سازی عرضی کوپلینگ انعطاف‌پذیر ارائه شده و با

<sup>۱</sup> Critical speed

<sup>۲</sup> Lateral analysis

<sup>۳</sup> Misalignment

<sup>۴</sup> End movement

<sup>۵</sup> Disk-pack

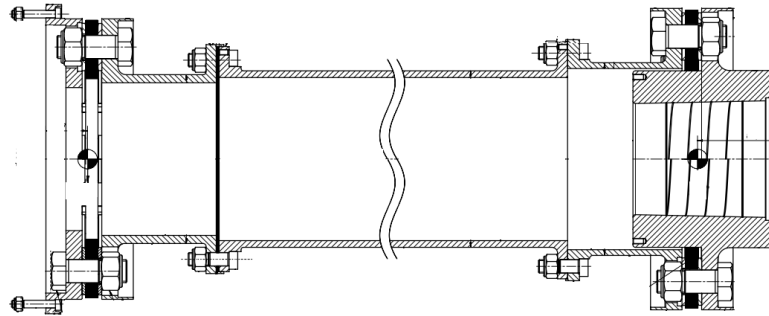
<sup>۶</sup> Diaphragm

<sup>۷</sup> Spacer

افزودن آن به مدل کل زنجیره، نیروهای استاتیکی یاتاقان‌ها و سرعت‌های بحرانی روتورها با در نظر گرفتن حالت‌های مختلف سفتی المان انعطاف‌پذیر محاسبه گردیده است. با مقایسه‌ی نتایج حاصل از حل مستقل روتورها و حل زنجیره به صورت پیوسته، میزان خطای مدل‌سازی و تأثیر سفتی المان انعطاف‌پذیر مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

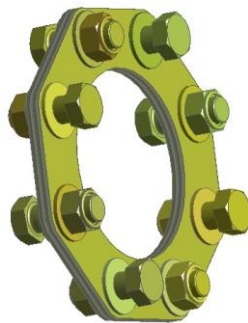
## ۲- مدل‌سازی کوپلینگ انعطاف‌پذیر

در شکل (۱) نقشه‌ی کوپلینگ انعطاف‌پذیر مورد بررسی در این مقاله نشان داده شده است. کوپلینگ از سمت چپ به واسطه‌ی یک فلنج<sup>۸</sup> به روتور توربین گاز و از سمت راست به وسیله‌ی یک هاب<sup>۹</sup> به روتور کمپرسور گریز از مرکز متصل می‌شود.



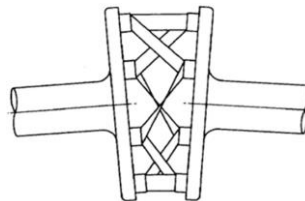
شکل ۱. نقشه‌ی یک نمونه کوپلینگ انعطاف‌پذیر از نوع دیسک-کوپلینگ

در این کوپلینگ از دو المان فلزی دیسک شکل یا دیسک-پک<sup>۱۰</sup> به عنوان المان‌های انعطاف‌پذیر استفاده شده است. طبق مدل سه بعدی دیسک-پک در شکل (۲)، ۳۴ ورق فلزی با ضخامت کم به کمک ۸ پیچ به صورت یک در میان به اسپیسر و فلنج سمت توربین (و هاب سمت کمپرسور در دیسک-پک سمت کمپرسور) متصل می‌شوند.



شکل ۲. مدل سه بعدی دیسک-پک و پیچ‌های متصل‌کننده

خمش ایجاد شده در دیسک بین هر دو پیچ همانند شکل (۳)، انعطاف‌پذیری خمشی مورد نیاز را به وجود می‌آورد. به منظور مدل‌سازی کوپلینگ، سفتی خمشی و برشی دیسک-پک‌ها باید محاسبه گردد.



شکل ۳. نحوه‌ی تغییر شکل خمشی در دیسک-پک [۲]

<sup>۸</sup> Flange

<sup>۹</sup> Hub

<sup>۱۰</sup> Disk-pack

در شکل (۴) مدل المان محدود سه‌بعدی دیسک-پک نشان داده شده است. با اعمال بار استاتیکی مشخص بر چهار پیچ متصل به اسپیسر و محاسبه‌ی جابجایی در چهار پیچ متصل به فلنج (یا هاب)، سفتی خمشی و برشی دیسک-پک‌ها مطابق با جدول (۱) به دست می‌آید.



شکل ۴. مدل المان محدود دیسک-پک

جدول ۱. مشخصات سفتی دیسک-پک

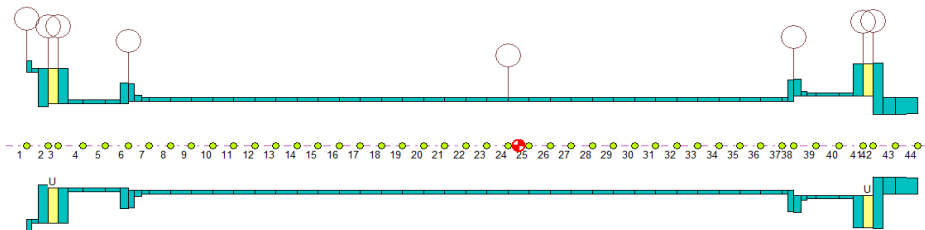
سفتی خمشی (نیوتن متر)	سفتی برشی (نیوتن بر متر)	
$9.95 \times 10^5$	$3.96 \times 10^9$	دیسک-پک سمت توربین
$8.88 \times 10^5$	$3.34 \times 10^9$	دیسک-پک سمت کمپرسور

دیسک-پک را می‌توان به صورت المانی با ماتریس سفتی مطابق با رابطه‌ی (۱) به مدل المان محدود کوپلینگ افزود [۳]:

$$K_{flex} = \begin{bmatrix} s & 0 & -s & 0 \\ 0 & b & 0 & -b \\ -s & 0 & s & 0 \\ 0 & -b & 0 & b \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $s$  سفتی برشی و  $b$  سفتی خمشی دیسک-پک است.

در شکل (۵) مدل المان محدود کوپلینگ انعطاف‌پذیر در نرم‌افزار Dyrobes نشان داده شده است. در این مدل دو المان زرد رنگ همان دیسک-پک‌های کوپلینگ بوده و اثرات اینرسی پیچ‌ها به صورت متمرکز در محل فلنج‌ها اعمال شده است. فلنج‌ها با استفاده از المان تیر مدل شده‌اند. با توجه به این‌که عمده‌ی انعطاف‌پذیری کوپلینگ ناشی از دیسک-پک‌ها و اسپیسر است، این فرض تأثیر چندانی بر دقت مدل‌سازی نخواهد داشت.



شکل ۵. مدل المان محدود کوپلینگ انعطاف‌پذیر

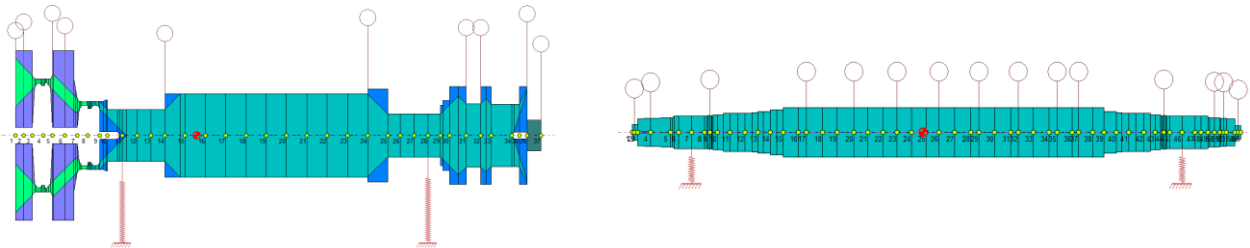
به منظور بررسی اثر سفتی المان انعطاف‌پذیر بر رفتار ارتعاشی زنجیره، دو حالت ذیل نیز در نظر گرفته شده است:

- المان پین: المان دیسک-پک که سفتی خمشی آن صفر است.
  - المان تیر: المان دیسک-پک به صورت المان تیر متصل‌کننده‌ی دو فلنج در نظر گرفته شده است.
- المان دیسک-پک از نظر سفتی مابین دو المان پین و تیر قرار می‌گیرد به طوری که از المان پین سفتی بیشتری داشته و از المان تیر نرم‌تر است.

### ۳- تحلیل استاتیکی

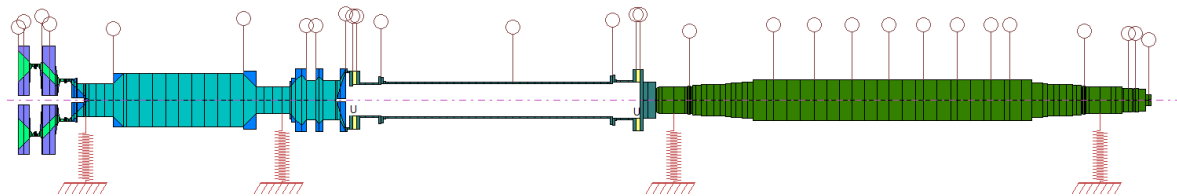
نیروی استاتیکی یاتاقان تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر عملکرد استاتیکی و دینامیکی آن دارد. فشار، دما و ضخامت فیلم روغن به عنوان متغیرهای استاتیکی و ضرایب سفتی و میرایی به عنوان متغیرهای دینامیکی یاتاقان، به طور مستقیم به مقدار بار وارده بر یاتاقان وابسته هستند. بنابراین محاسبه‌ی دقیق نیروی استاتیکی یاتاقان‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. اغلب روتورها در تجهیزات دوآر به دلیل داشتن دو تکیه‌گاه از نظر استاتیکی معین بوده و با مشخص بودن جرم و مرکز جرم روتور، می‌توان نیروهای استاتیکی را به دست آورد اما در صورت اتصال روتورها به یکدیگر، سیستم از نظر استاتیکی نامعین بوده و به منظور محاسبه‌ی نیروها باید معادله‌ی تعادل و معادله‌ی تغییر شکل استاتیکی سیستم به صورت همزمان حل گردد. با این وجود در صورت استفاده از کوپلینگ انعطاف‌پذیر در اتصال روتورها به یکدیگر، به دلیل سفتی اندک المان‌های انعطاف‌پذیر می‌توان فرض کرد که روتورها از نظر استاتیکی مستقل هستند و تنها با در نظر گرفتن اثر اینرسی کوپلینگ و حل جداگانه‌ی روتورها، نیروهای استاتیکی با دقت مناسبی قابل محاسبه می‌باشند. در این بخش میزان تأثیر سفتی المان انعطاف‌پذیر بر مستقل‌سازی رفتار استاتیکی روتورها در یک زنجیره‌ی توربوکمپرسوری بررسی می‌شود.

مدل المان محدود روتور یک توربین گاز در نرم‌افزار Dyrobes در سمت چپ شکل (۶) نشان داده شده است. به منظور در نظر گرفتن اثر اینرسی کوپلینگ، طبق استاندارد API 684 جرم نصف کوپلینگ در محل مرکز جرم آن در انتهای روتور و به وسیله‌ی یک المان صلب افزوده شده است. اثر یاتاقان‌ها نیز با اعمال سفتی و میرایی آن‌ها در مدل در نظر گرفته شده است. مدل المان محدود کمپرسور گاز نیز به همین ترتیب ساخته شده و در سمت راست شکل (۶) نشان داده شده است. در مدل کمپرسور به دلیل قرار گرفتن مرکز جرم نصف کوپلینگ در محدوده‌ی طول روتور (به دلیل اتصال از نوع هاب) نیازی به افزودن المان صلب به انتهای روتور نبوده است.



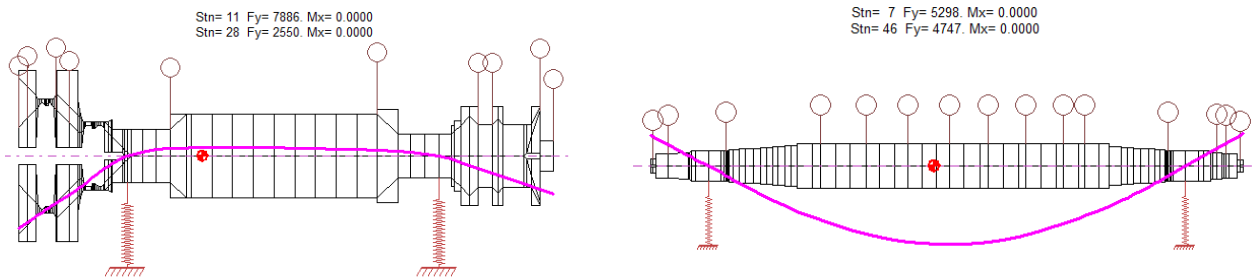
شکل ۶. مدل المان محدود روتور کمپرسور (تصویر راست) و روتور توربین (تصویر چپ)

با اتصال این دو روتور با استفاده از مدل کوپلینگ انعطاف‌پذیر شکل (۵)، مدل زنجیره توربوکمپرسوری به صورت نشان داده شده در شکل (۷) درمی‌آید.



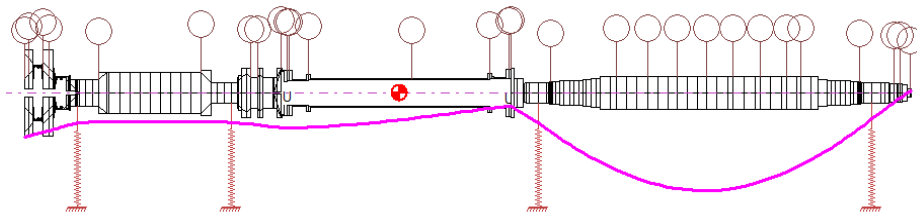
شکل ۷. مدل المان محدود زنجیره‌ی توربوکمپرسوری

تغییر شکل استاتیکی و نیروهای یاتاقانی در صورت حل روتورها به صورت مستقل در شکل (۸) و در صورت حل زنجیره با المان دیسک-پک کوپلینگ در شکل (۹) نشان داده شده است.



شکل ۸. تغییر شکل استاتیکی و نیروهای یاتاقانی روتور کمپرسور (تصویر راست) و روتور توربین (تصویر چپ)

Stn= 28 Fy= 2417, Mx= 0.0000  
Stn= 11 Fy= 7944, Mx= 0.0000  
Stn= 81 Fy= 5407, Mx= 0.0000  
Stn=120 Fy= 4705, Mx= 0.0000



شکل ۹. تغییر شکل استاتیکی و نیروهای یاتاقانی زنجیره توربوکمپرسوری با در نظر گرفتن المان دیسک-پک کوپلینگ

درصد اختلاف نیروهای یاتاقانی به دست آمده از حل مستقل نسبت به حل زنجیره برای سه حالت مختلف سفتی المان انعطاف پذیر در جدول (۲) آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سفتی المان انعطاف پذیر، میزان خطا در محاسبه نیروهای یاتاقانی افزایش می‌یابد. در صورت عدم استفاده از المان انعطاف پذیر در کوپلینگ (حالت المان تیر) نیروی محاسبه شده برای یاتاقان دو توربین با ۳۵ درصد خطا پیش‌بینی می‌شود. در حالت دیسک-پک حداکثر خطا برای یاتاقان دو توربین و حدود ۵.۵ درصد است که قابل نظر کردن است.

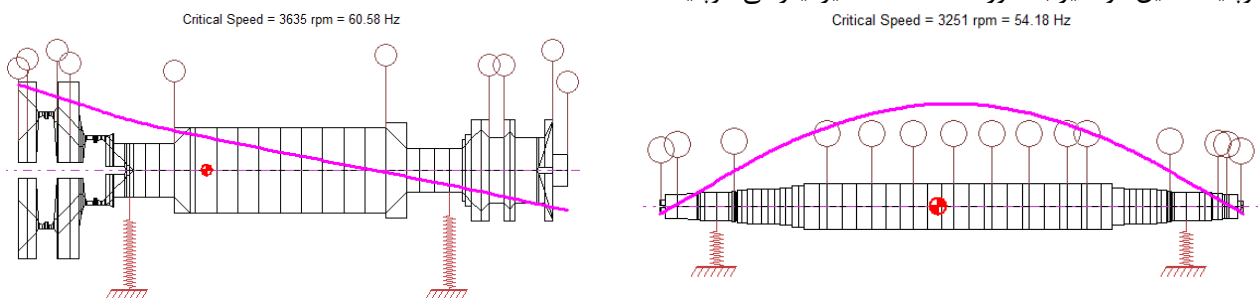
جدول ۲. درصد اختلاف نیروهای یاتاقانی در حل زنجیره توربوکمپرسوری در مقایسه با حل به صورت مستقل برای حالت‌های مختلف سفتی المان انعطاف پذیر

المان پین	المان دیسک-پک	المان تیر	
۰.۰	۰.۷	۳.۳	یاتاقان یک توربین
۰.۲	۵.۵	۳۵	یاتاقان دو توربین
۰.۵	۲.۱	۱۱.۵	یاتاقان یک کمپرسور
۰.۲	۰.۹	۵.۸	یاتاقان دو کمپرسور

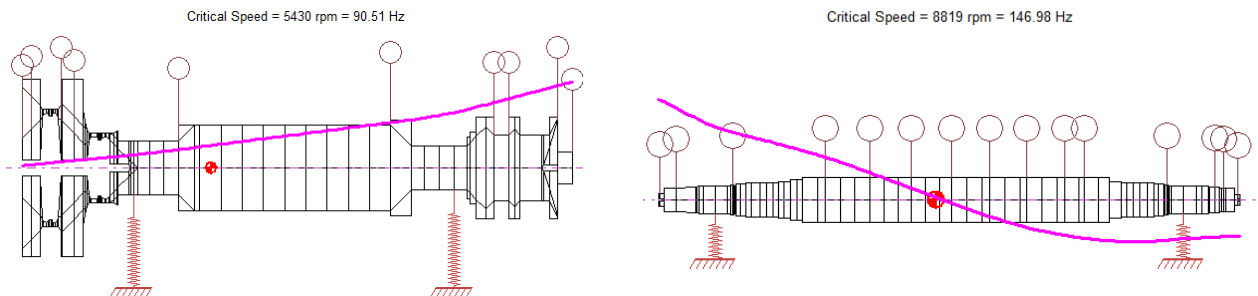
مزیت بزرگی که استفاده از المان انعطاف پذیر در کوپلینگ ایجاد می‌کند، مستقل کردن طراحی یاتاقان از تجهیز متصل‌شونده به روتور است. همان‌طور که در ابتدای این بخش بیان گردید، مشخصات عملکردی یاتاقان وابستگی شدیدی به نیروی استاتیکی آن دارد. در صورت عدم وجود انعطاف پذیری کافی در کوپلینگ، نیروی استاتیکی وابسته به مشخصات تجهیز در سمت دیگر کوپلینگ و میزان ناهم‌محوری روتورها نسبت به یکدیگر می‌شود. حال این تجهیز می‌تواند یک کمپرسور، گیربکس، ژنراتور و... با مشخصات جرمی، یاتاقانی و ناهم‌محوری مختلف باشد و هر کدام نیروی استاتیکی مختص خود را در یاتاقان توربین ایجاد کند. در این صورت بازه‌ی بزرگی از نیروی استاتیکی برای یاتاقان محتمل بوده و عملاً طراحی آن بسیار پیچیده و هزینه‌بر خواهد بود اما با استفاده از کوپلینگ انعطاف پذیر می‌توان تا حد بالایی از استقلال رفتار استاتیکی روتورها مطمئن شد و طراحی سیستم را مستقل از مشخصات روتور متصل‌شونده انجام داد.

#### ۴- تحلیل سرعت بحرانی

سرعت بحرانی و شکل مود سیستم روتور-یاتاقان مشخصه‌ی مهم دیگری است که میزان انعطاف‌پذیری کوپلینگ بر آن اثرگذار است. در شکل (۱۰) و (۱۱) شکل مود و سرعت بحرانی اول و دوم کمپرسور و توربین حاصل از تحلیل به صورت مستقل نشان داده شده است. در این حالت فقط اثر اینرسی کوپلینگ بر هر یک از روتورها در نظر گرفته شده است. به دلیل سفتی خمشی بالای روتور توربین در مقایسه با یاتاقان‌ها، در هر دو شکل مود توربین حرکت صلب روتور غالب بوده و تغییر شکل خمشی چندانی رخ نمی‌دهد. مود اول توربین به اصطلاح مود آورهنگ<sup>۱۱</sup> بوده و بیشترین جابجایی متعلق به دیسک‌های توربین است. در مود دوم توربین انتهای سمت کوپلینگ بیشترین جابجایی را داشته و اینرسی کوپلینگ این مود را تحت کنترل دارد. به دلیل سفتی خمشی به نسبت کم‌تر روتور کمپرسور، شکل مود اول آن معرف مود خمشی روتور بوده و جابجایی نسبی اندکی در یاتاقان‌ها اتفاق می‌افتد. شکل مود دوم کمپرسور ترکیبی از خمش مرتبه‌ی دوم روتور و جابجایی در یاتاقان‌هاست و به دلیل وقوع بیشینه‌ی جابجایی در انتهای سمت کوپلینگ، این مود نیز به طور عمده تحت تأثیر اینرسی کوپلینگ است.

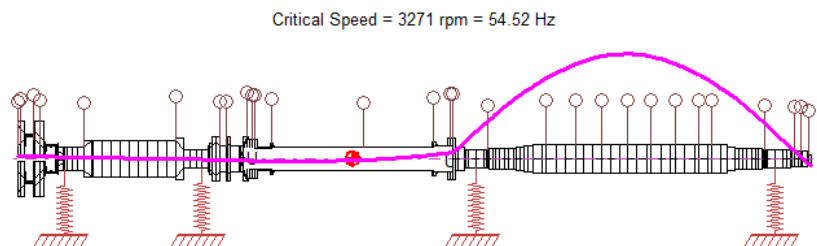


شکل ۱۰. شکل مود و سرعت بحرانی اول روتور کمپرسور (تصویر راست) و روتور توربین (تصویر چپ) در حالت مستقل



شکل ۱۱. شکل مود و سرعت بحرانی دوم روتور کمپرسور (تصویر راست) و روتور توربین (تصویر چپ) در حالت مستقل

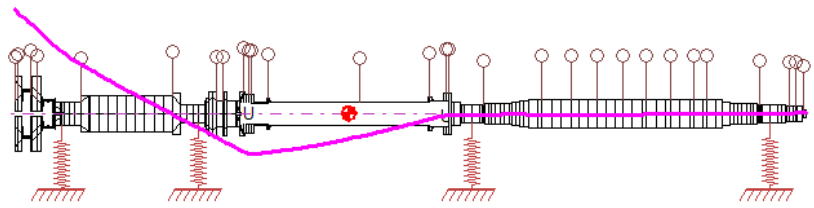
از تحلیل سرعت بحرانی مدل شکل (۷) (حالت المان دیسک-پک) پنج شکل مود زنجیره توربوکمپرسوری به دست آمده که به ترتیب در شکل‌های (۱۲) تا (۱۶) نشان داده شده‌اند. از مقایسه نتایج مشخص است که شکل مود اول و چهارم زنجیره متناظر با شکل مود اول و دوم کمپرسور است. همچنین شکل مود دوم و سوم زنجیره متناظر با شکل مود اول و دوم توربین می‌باشد. شکل مود پنجم زنجیره معرف مود خمش مرتبه‌ی اول کوپلینگ است.



شکل ۱۲. شکل مود و سرعت بحرانی اول زنجیره توربوکمپرسوری با در نظر گرفتن المان دیسک-پک

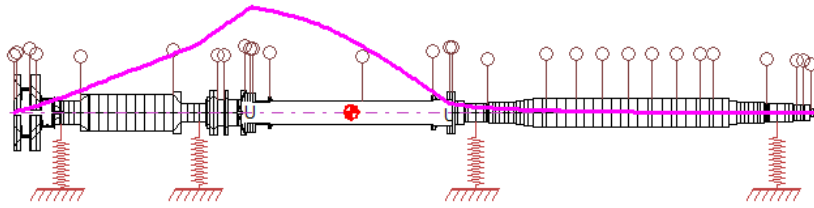
<sup>۱۱</sup> Overhang

Critical Speed = 3668 rpm = 61.14 Hz



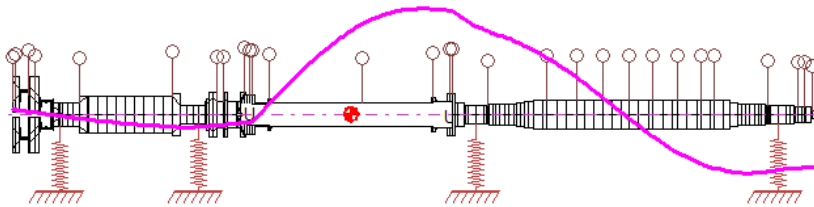
شکل ۱۳. شکل مود و سرعت بحرانی دوم زنجیره توربوکمپرسوری با در نظر گرفتن المان دیسک-پک

Critical Speed = 5609 rpm = 93.48 Hz



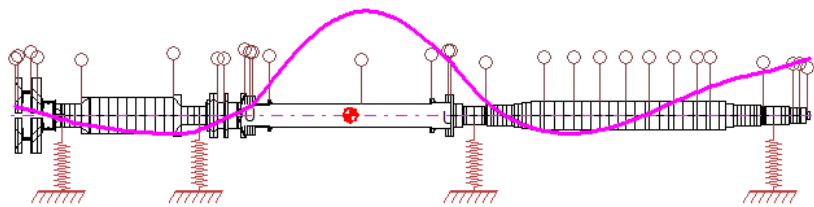
شکل ۱۴. شکل مود و سرعت بحرانی سوم زنجیره توربوکمپرسوری با در نظر گرفتن المان دیسک-پک

Critical Speed = 9030 rpm = 150.50 Hz



شکل ۱۵. شکل مود و سرعت بحرانی چهارم زنجیره توربوکمپرسوری با در نظر گرفتن المان دیسک-پک

Critical Speed = 11867 rpm = 197.78 Hz



شکل ۱۶. شکل مود و سرعت بحرانی پنجم زنجیره توربوکمپرسوری با در نظر گرفتن المان دیسک-پک

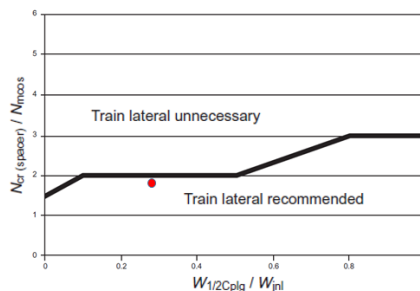
در شکل مود اول تا چهارم زنجیره مشاهده می‌شود که تغییر شیب ناگهانی در منحنی شکل مود در محل المان‌های انعطاف-پذیر (مشخص شده با حرف U) رخ داده است. این تغییر شیب که به دلیل انعطاف‌پذیری بالای دیسک-پک‌ها اتفاق افتاده است، باعث انتقال اندک حرکت از یک روتور به روتور دیگر و مستقل شدن رفتار ارتعاشی روتورها از یکدیگر می‌گردد. درصد اختلاف سرعت‌های بحرانی به دست آمده از حل مستقل نسبت به سرعت‌های بحرانی زنجیره برای سه حالت مختلف سفتی المان انعطاف‌پذیر در جدول (۳) آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سفتی المان انعطاف‌پذیر، اختلاف نتایج بیشتر می‌شود به طوری که در صورت عدم وجود المان انعطاف‌پذیر (حالت المان تیر) سرعت بحرانی دوم توربین با حدود ۱۰ درصد خطا به دست می‌آید. در حالت المان دیسک-پک حداکثر خطا در مود دوم توربین و حدود ۳.۳ درصد اتفاق می‌افتد که قابل نظر کردن است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که برای این زنجیره توربوکمپرسوری با کوپلینگ انعطاف‌پذیر، برای محاسبه‌ی شکل مودهای توربین و کمپرسور نیازی به حل سیستم روتور-یاتاقان به صورت پیوسته نبوده و با حل هر روتور به صورت جداگانه و اعمال تنها اثر اینرسی کوپلینگ می‌توان نتایج مطلوب را به دست آورد. با توجه به سفتی خمشی کم کوپلینگ (طول زیاد و گشتاور دوم سطح پایین) مشاهده می‌شود که حدی از مستقل‌سازی شکل‌مادهای ارتعاشی حتی در حالت عدم وجود المان انعطاف‌پذیر (المان تیر) اتفاق می‌افتد.



جدول ۳. درصد اختلاف سرعت‌های بحرانی در حل زنجیره توربوکمپرسوری در مقایسه با حل به صورت مستقل برای حالت‌های مختلف سفتی

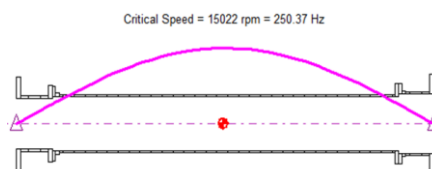
المان انعطاف‌پذیر		
المان تیر	المان دیسک-پک	المان پین
۳.۳	۰.۶	۰.۰
۳.۵	۰.۹	۰.۱
۹.۶	۳.۳	۱.۵
۴.۲	۲.۱	۱.۶

نکته‌ی حائز اهمیت دیگر در تحلیل روتوردینامیک زنجیره‌های دارای کوپلینگ، در نظر گرفتن شکل مود مختص خود کوپلینگ است. در صورت تحلیل روتورهای یک زنجیره به صورت مستقل، تنها اثر اینرسی کوپلینگ در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه شکل-مودهای ناشی از تغییر شکل الاستیک کوپلینگ قابل دستیابی نیست اما با تحلیل زنجیره به صورت پیوسته می‌توان شکل مود و سرعت بحرانی خمشی کوپلینگ را به دست آورد. بنابراین مهندس طراح در تحلیل روتوردینامیکی زنجیره‌های شامل کوپلینگ انعطاف‌پذیر (دارای اسپیسر) نیازمند معیاری است تا بتواند لزوم تحلیل کل زنجیره به صورت پیوسته به منظور ارزیابی شکل مود مختص کوپلینگ را تشخیص دهد. در استاندارد API 684 منحنی شکل (۱۷) به عنوان معیاری برای تعیین لزوم تحلیل کل زنجیره به صورت پیوسته ارائه شده است. در این نمودار محور عمودی نشان‌دهنده‌ی نسبت سرعت بحرانی اسپیسر کوپلینگ به حداکثر سرعت پیوسته<sup>۱۲</sup> و محور افقی بیانگر نسبت وزن نصف کوپلینگ به نیروی استاتیکی یاتاقان مجاور کوپلینگ است. اگر طراحی سیستم در بالای منحنی قرار گیرد، نیازی به تحلیل زنجیره نیست. به منظور استفاده از این منحنی باید سرعت بحرانی اسپیسر در حالت تکیه‌گاه ساده<sup>۱۳</sup> محاسبه گردد [۵].



شکل ۱۷. مرز پیشنهادی برای تحلیل عرضی زنجیره [۴]

شکل مود و سرعت بحرانی اسپیسر کوپلینگ در شکل (۱۸) نشان داده شده است. با محاسبه‌ی مقدار نسبت وزن نصف کوپلینگ به نیروی استاتیکی یاتاقان مجاور کوپلینگ، نقطه‌ی قرمز رنگ مشخص شده در شکل (۱۷) برای کوپلینگ به دست می‌آید. همان‌طور که مشاهده می‌شود نقطه‌ی طراحی اندکی پایین‌تر از منحنی حدی بوده و طبق نظر استاندارد تحلیل زنجیره توصیه می‌شود. با تحلیل زنجیره و استخراج مود کوپلینگ طبق شکل (۱۶) مشخص گردید که سرعت بحرانی کوپلینگ از ۱۲۵ درصد سرعت تریپ<sup>۱۴</sup> توربین بزرگ‌تر بوده و طبق استاندارد API 684 مورد پذیرش است و در محدوده‌ی دور کاری خللی در عملکرد زنجیره ایجاد نمی‌کند.



شکل ۱۸. شکل مود اسپیسر کوپلینگ در شرایط دو سر تکیه‌گاه ساده

<sup>۱۲</sup> Maximum continuous speed

<sup>۱۳</sup> Simply supported

<sup>۱۴</sup> Trip speed

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله نیروهای استاتیکی تکیه‌گاه و سرعت‌های بحرانی برای یک کیس استادی صنعتی در دو حالت تحلیل هر روتور به صورت جداگانه و تحلیل زنجیره توربوکمپرسوری به صورت پیوسته، بررسی شد و میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن سفتی کوپلینگ استخراج گردید. با توجه به اینکه بیشینه‌ی خطا در نیروهای استاتیکی ۵.۵ درصد و در سرعت‌های بحرانی ۳.۳ درصد می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که کوپلینگ انعطاف‌پذیر تا حد زیادی رفتار استاتیکی و دینامیکی روتورهای متصل‌شونده را مستقل کرده و طراحی و تحلیل جداگانه‌ی آن‌ها را میسر می‌کند. بنابراین به منظور محاسبه‌ی شکل مودهای توربین و کمپرسور برای زنجیره‌ی توربوکمپرسوری مورد بررسی، نیازی به حل سیستم روتور-یاتاقان به صورت پیوسته نبوده و با حل هر روتور به صورت جداگانه و اعمال تنها اثر اینرسی کوپلینگ می‌توان نتایج مطلوب را به دست آورد. همچنین با در نظر گرفتن حالت‌های مختلف سفتی المان انعطاف‌پذیر کوپلینگ، میزان تأثیر انعطاف‌پذیری کوپلینگ بر مستقل‌سازی رفتار استاتیکی و دینامیکی روتورها از یکدیگر بررسی شد. نتایج نشان می‌دهد که در حالت سفتی خمشی صفر (المان پین)، بیشینه‌ی خطا در نیروهای استاتیکی ۰.۵ درصد و در سرعت‌های بحرانی ۱.۶ درصد است در حالی که در حالت عدم وجود المان انعطاف‌پذیر (المان تیر)، بیشینه‌ی خطا در نیروهای استاتیکی ۳۵ درصد و در سرعت‌های بحرانی ۹.۶ درصد می‌گردد.

## مراجع

1. Wen Jeng Chen, *Practical rotordynamics and fluid film bearing design*, CreateSpace, 2015.
2. John Mancuso, Joe Corcoran, "What are the differences in high performance flexible couplings in turbomachinery?", *Proceedings of the thirty-second turbomachinery symposium*, 2003.
3. Giancarlo Genta, *Dynamics of Rotating Systems*, Springer, 2005.
4. API 684, Standard paragraphs rotordynamic tutorial, 2010.
5. R. G. Kirk, R. E. Mondy, R. C. Murphy, "Theory and guidelines to proper coupling design for rotor dynamics considerations", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 106/129 (1984).